1. 일반 정보

유형	■ 모의논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	(의·약학)계열 / (수학 I)문항

2. 2027학년도 모의논술고사 출제 근거 - 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	김원경 외 14인	비상	2024	33, 76
	수학II	이준열 외 9인	천재교육	2025	85

3. 2027학년도 모의논술고사 문항 해설

[논제 I]에서는 주어진 함수의 도함수를 계산하여 그래프의 증감 상태와 교점을 계산하는 방법을 이해하고 있는지 파악하고자 하였다. 이계도함수가 0이 되는 점의 위치를 계산할 수 있는지, 도함수를 이용하여 그래프의 증감상태를 이해할 수 있는지, 그래프의 교점을 이용하여 부등식을 풀 수 있는지 등을 평가하고자 하였다.

4. 2027학년도 모의논술고사 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
논제 I -(1)	- $f''(x)=0$이 되는 x를 계산한다. (4점) - $\alpha < a_n < \beta$를 설명한다. (4점) - 극한값을 계산한다. (4점)	12	27
논제 I -(2)	- $y=f(x)$가 연속인 구간에서 감소임을 설명한다. (5점) - $f(x)>k$인 구간의 길이의 합을 계산한다. (5점) - 무한등비급수의 합을 계산한다. (5점)	15	

5. 2027학년도 모의논술고사 예시답안

(1) $p^2 > 4q$이므로, α, β는 서로 다른 실수이다. 한편, $g(x) = x^2 - px + q$라 하면, $g(0) = q > 0$, $g(1) = 1 - p + q > 0$이고, 대칭축 $x = \frac{p}{2}$이 0과 1사이에 있기 때문에, 두 근인 α, β는 $0 < \alpha < \beta < 1$을 만족한다....(*)

제시문 [가]를 이용하여 $f(x)$를 미분하여 계산하면

$f'(x) = -\left(\frac{\alpha^n}{(x-\alpha)^2} + \frac{\beta^n}{(x-\beta)^2} \right)$ 이고, $f''(x) = 2\left(\frac{\alpha^n}{(x-\alpha)^3} + \frac{\beta^n}{(x-\beta)^3} \right)$ 이 된다.

그러면, $\left(\frac{x-\alpha}{\beta-x} \right)^3 = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^n$이므로, $\frac{x-\alpha}{\beta-x} = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}$이다.

이 식을 풀면, $a_n = \frac{\alpha + \beta\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}}$ 이 된다. 여기에서 (*)에 의해 $0 < \frac{\alpha}{\beta} < 1$이다.

따라서, $a_n - \alpha = \frac{\alpha + \beta\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}} - \alpha = \frac{(\beta - \alpha)\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}} > 0$ 이므로, $a_n > \alpha$이다.

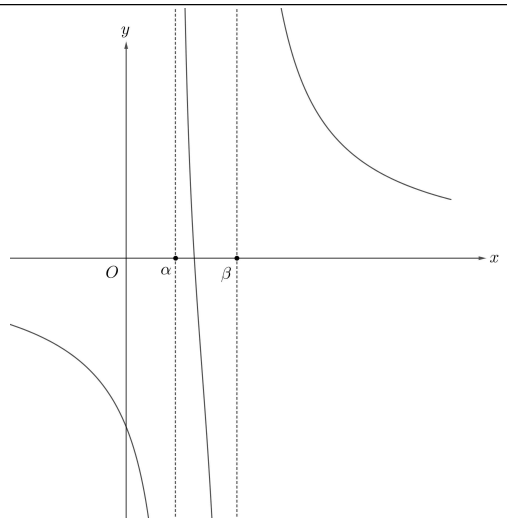
또한, $a_n - \beta = \frac{\alpha + \beta\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}} - \beta = \frac{\alpha - \beta}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{n/3}} < 0$ 이므로, $a_n < \beta$이다.

따라서, a_n은 구간 (α, β)에 존재한다.

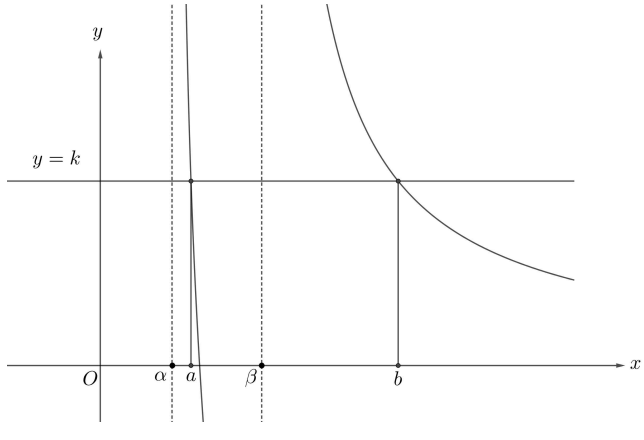
그리고, (*)에 의해 $0 < \frac{\alpha}{\beta} < 1$이므로, $\lim_{n \to \infty} \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^n = 0$이 되어, $\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$가 된다.

(2) 함수 $y = f(x)$는 $x \neq \alpha$, $x \neq \beta$인 모든 x에 대하여 연속이다.

또한, $0 < \alpha < \beta < 1$이므로, $f'(x) = -\left(\frac{\alpha^n}{(x-\alpha)^2} + \frac{\beta^n}{(x-\beta)^2} \right) < 0$가 되어, 제시문 [나]에 의해 모든 구간에서 감소이다. 그리고, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$이므로, x축이 점근선이 되고, 분모가 0이 되는 $x = \alpha$, $x = \beta$도 점근선이 된다.



위 그림을 보면 구간 $(-\infty,\alpha)$에서는 $f(x)<0$이므로, $y=k$와 만나지 않는다. 따라서, $y=f(x)$와 $y=k$는 구간 (α,β)와 구간 (β,∞)에서 각각 한 번만 만난다. 이때, 두 교점의 x좌표를 각각 a, b라 하자.



그러면, $f(x)>k$를 만족하는 구간은 $\alpha<x<a$, $\beta<x<b$가 된다. 따라서,

$$L_n=(a-\alpha)+(b-\beta)=(a+b)-(\alpha+\beta)$$

이다. 여기에서, a와 b는 $\alpha^n(x-\beta)+\beta^n(x-\alpha)=k(x-\alpha)(x-\beta)$의 두 근이 된다. 이 식을 정리하면,

$$kx^2-\{k(\alpha+\beta)+\alpha^n+\beta^n\}x+k\alpha\beta+\alpha^n\beta+\alpha\beta^n=0$$

이므로, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하면,

$$a+b=\frac{k(\alpha+\beta)+\alpha^n+\beta^n}{k}=\alpha+\beta+\frac{\alpha^n+\beta^n}{k}$$

이다. 따라서, $L_n=(a+b)-(\alpha+\beta)=\dfrac{\alpha^n+\beta^n}{k}$이다.

여기에서, $0<\alpha<\beta<1$이므로, 제시문 [다]에 의해 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} L_n$은 수렴하고, 합은

$$\sum_{n=1}^{\infty} L_n = \frac{1}{k}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}+\frac{\beta}{1-\beta}\right)= \frac{\alpha+\beta-2\alpha\beta}{k(1-\alpha)(1-\beta)}$$

이다. $\alpha+\beta=p,\ \alpha\beta=q$이므로, $\sum_{n=1}^{\infty} L_n = \frac{p-2q}{k(1-p+q)}$가 된다.

1. 일반 정보

유형	■ 모의논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	(의·약학)계열 / (수학Ⅱ)문항

2. 2027학년도 모의논술고사 출제 근거 - 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과통계	황선욱 외 10인	미래엔	2025	87

3. 2027학년도 모의논술고사 문항 해설

[논제 II]에서는 주어진 상황을 이해하고 이산확률변수들의 확률질량함수를 구하고, 기댓값을 계산하고, 결과값을 이해할 수 있는 지 등을 평가하고자 하였다.

4. 2027학년도 모의논술고사 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점	
논제 II-(1)	- X의 기댓값을 구한다. (5점) - Y의 확률질량함수를 구한다. (8점) - Y의 기댓값을 구하여 전략 A, B를 비교한다. (6점)	19	33
논제 II-(2)	- Z의 확률질량함수를 구한다. (8점) - Z의 기댓값을 구하여 전략 C를 전략 A, B와 비교한다. (6점)	14	

5. 2027학년도 모의논술고사 예시답안

(1) 전략 A와 B의 비교

확률변수 X (전략 A)

전략 A는 첫 번째 카드를 무조건 선택한다. 첫 번째 카드는 5장 중 무엇이든 동일한 확률 1/5로 1등~5등이 될 수 있다.

X의 확률분포표

X	1	2	3	4	5	합계
P(X)	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5	1

기댓값

$$E(X) = 1\cdot(1/5) + 2\cdot(1/5) + 3\cdot(1/5) + 4\cdot(1/5) + 5\cdot(1/5) = (1+2+3+4+5)/5 = 15/5 = 3$$

확률변수 Y (전략 B)

전략 B는 첫 번째 카드를 무조건 패스하고 참고용으로만 사용한다. 첫 번째 카드의 등수에 따라 경우를 나누어 분석한다.

경우1: 첫 번째 카드가 1등인 경우

1등보다 좋은 카드는 없으므로 두 번째~네 번째 카드는 선택되지 못한다. 따라서 마지막 카드를 받는다. 나머지 4장 {2,3,4,5} 중 어느 것이든 마지막 자리에 올 확률은 각각1/4이다.

Y	1	2	3	4	5
조건부 확률	0	1/4	1/4	1/4	1/4

경우2: 첫 번째 카드가 2등인 경우

2등보다 좋은 카드는 1등 뿐이다. 따라서 반드시 1등을 받는다.

경우3: 첫 번째 카드가 3등인 경우

3등보다 좋은 카드는 1등과 2등이다. 나머지 4장 안에서 1등과 2등 중 먼저 등장하는 카드가 선택된다. 각각이 먼저 나올 확률은1/2이다.

경우4: 첫 번째 카드가 4등인 경우

4등보다 좋은 카드는 1등, 2등, 3등 이다. 나머지 4장 안에서 1등, 2등, 3등 중 먼저 등장하는 카드가 선택된다. 각각이 먼저 나올 확률은1/3이다.

경우5: 첫 번째 카드가 5등인 경우

5등보다 좋은 카드는 1등, 2등, 3등, 4등 이다. 나머지 4장 안에서 1등, 2등, 3등, 4등 중 먼저 등장하는 카드가 선택된다. 각각이 먼저 나올 확률은1/4이다.

전체 확률 합산: 각 경우는 확률 1/5로 발생하므로

$$P(Y=1) = (1/5)(0 + 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4) = (1/5)\cdot(25/12) = 5/12$$

$$P(Y=2) = (1/5)(1/4 + 0 + 1/2 + 1/3 + 1/4) = (1/5)\cdot(16/12) = 4/15$$

$$P(Y=3) = (1/5)(1/4 + 0 + 0 + 1/3 + 1/4) = (1/5)\cdot(10/12) = 1/6$$

$$P(Y=4) = (1/5)(1/4 + 0 + 0 + 0 + 1/4) = (1/5)\cdot(1/2) = 1/10$$

$$P(Y=5) = (1/5)(1/4 + 0 + 0 + 0 + 0) = (1/5)\cdot(1/4) = 1/20$$

Y의 확률분포표

Y	1	2	3	4	5	합계
P(Y)	5/12	4/15	1/6	1/10	1/20	1

기댓값

$$E(Y) = 1\cdot(5/12) + 2\cdot(4/15) + 3\cdot(1/6) + 4\cdot(1/10) + 5\cdot(1/20)$$

$$= (25 + 32 + 30 + 24 + 15)/60 = 126/60 = 21/10 = 2.1$$

A와B의 기댓값 비교

등수는 숫자가 작을수록 좋은 카드이므로 기댓값이 작을수록 평균적으로 더 좋은 등수를 받는 전략이다.

$$E(Y) = 2.1 < 3 = E(X)$$

이므로 전략 B가 평균적으로 더 좋은 등수를 얻는다.

(2) 전략 C의 기댓값과 비교

전략 C는 처음 두 카드를 무조건 패스하고, 그 이후 두 카드 중 더 좋은 카드(즉, 등수가 더 작은 카드)보다 좋은 카드가 처음 나오면 선택한다.

확률변수 Z (전략 C)

처음 두 카드의 등수의 집합에 따라 경우를 나눈다. 5장 중 2장을 처음에 놓는 집합의 경우는 ${}_5C_2 = 10$가지이며, 각 집합은 동일한 확률 1/10로 나타난다.

경우1: 처음 두 카드의 집합이 1등을 포함하는 경우(확률 4/10 = 2/5)

1등보다 좋은 카드가 없으므로 이후 어떤 카드도 선택되지 못한다. 따라서 마지막 카드를 받는다. 처음 두 자리에 {1, x} (x ∈{2,3,4,5})가 있을 때, 마지막 자리는 처음 두 카드 외 나머지 세 카드 중 하나가 균등하게 등장한다.

경우2: 처음 두 카드의 집합이 1등을 포함하지 않고 2등을 포함하는 경우(확률 3/10)

처음 두 카드 중 가장 좋은 등수는 2등. 따라서 반드시 1등을 받는다.

경우3: 처음 두 카드의 집합이1, 2등을 포함하지 않고 3등을 포함하는 경우(확률 2/10 = 1/5)

처음 두 카드 중 가장 좋은 등수는 3등. 1등과 2등 중 먼저 나오는 카드를 받는다. 대칭이므로 각각 확률1/2.

경우4: 처음 두 카드의 집합이{4, 5}인 경우(확률1/10)

1, 2, 3등 중 먼저 나오는 카드를 받는다. 대칭이므로 각각 확률1/3.

Z의 확률분포 합산

경우1에서 마지막 카드가 각 등수일 확률을 합산하면 P(Z=k) = 1/10 (k=2,3,4,5).

경우2: P(Z=1)에 3/10 기여.

경우3: P(Z=1), P(Z=2)에 각각 (1/5)·(1/2) = 1/10 기여.

경우4: P(Z=1), P(Z=2), P(Z=3)에 각각 (1/10)·(1/3)= 1/30 기여.

$$P(Z=1) = 3/10 + 1/10 + 1/30 = (9+3+1)/30 = 13/30$$

$$P(Z=2) = 1/10 + 1/10 + 1/30 = (3+3+1)/30 = 7/30$$

$$P(Z=3) = 1/10 + 1/30 = (3+1)/30 = 2/15$$

$$P(Z=4) = 1/10$$

$$P(Z=5) = 1/10$$

Z의 확률분포표

Z	1	2	3	4	5	합계
P(Z)	13/30	7/30	2/15	1/10	1/10	1

기댓값

$$E(Z) = 1\cdot(13/30) + 2\cdot(7/30) + 3\cdot(2/15) + 4\cdot(1/10) + 5\cdot(1/10)$$

$$= (13 + 14 + 12 + 12 + 15)/30 = 66/30 = 11/5 = 2.2$$

$$E(Z) = 2,2$$

기댓값 기준 A, B, C 비교

$$E(Y) < E(Z) < E(X),$$

등수는 작을수록 좋으므로, 기댓값 기준에서 전략 B가 가장 좋고, 그 다음 C, 가장 나쁜 것은 A이다.