2026년도 동국대학교 모의논술

모의논술고사 문제 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	2026년도 모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분
	핵심개념 및 용어	속도, 가속도
예상 소요 시간	25분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

① $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

-『고등학교 수학II』

【나】 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=x(t)$, $y=y(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도는 $(x'(t), y'(t))$이고 가속도는 $(x''(t), y''(t))$이다. 또한, $\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2}$을 속도의 크기 또는 속력이라고 한다.

-『고등학교 미적분』

【다】 사인함수와 코사인함수의 덧셈정리는 다음과 같다.

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

-『고등학교 미적분』

[문제1] 좌표평면 위를 움직이는 점 P가 시각 $t=0$일 때 위치는 원점이며 속력은 v이고 속도가 x축의 양의 방향과 이루는 각이 $\theta(0<\theta\leq\frac{\pi}{2})$이다. 점 P의 가속도가 항상 $(a,-a)$일 때, 점 P의 자취가 이루는 곡선이 x축과 만나는 점(원점 제외)의 x좌표가 최대가 되도록 하는 θ의 값을 구하시오. (단, v와 a는 양의 상수)

3. 출제의도

한 점의 가속도가 주어져 있을 때, 속도와 위치를 구할 수 있고, 미분과 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 점의 자취가 x축과 만나는 점의 x좌표의 최댓값을 구할 수 있다.

4. 출제근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학Ⅱ (2) 미분 [3] 도함수의 활용 미적분 (2) 미분법 [1] 여러 가지 함수의 미분 미적분 (2) 미분법 [3] 도함수의 활용
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. [12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 수학Ⅱ	고성은 외 6인	좋은책신사고	2020	85
	고등학교 미적분	황선욱 외 8인	미래엔	2020	67, 122, 123

5. 문항해설

1. 속도와 가속도 조건으로부터 좌표평면 위에서 움직이는 점 P의 좌표 $(x(t), y(t))$를 구할 수 있다.
2. $y(t)=0$이 되는 시각 $t=t_0$를 구한 후 그때의 x좌표 $x(t_0)$를 구한다.
3. 2에서 구한 $x(t_0)$가 θ에 관한 함수로 표현되는데 이를 미분하여 최댓값을 구한다.

6. 평가기준

[1단계] 주어진 조건으로부터 $x(t)=\frac{1}{2}at^2+vt\cos\theta,\ y(t)=-\frac{1}{2}at^2+vt\sin\theta$를 구한다.

[2단계] $y(t)=0$이 되는 시각 $t=\frac{2}{a}v\sin\theta$와 그때의 x좌표 $\frac{2}{a}v^2(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta)$를 구한다.

[3단계] $f(\theta)=\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta\ \ (0<\theta\le\pi/2)$로 두고 미분 및 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 $\theta=\frac{3}{8}\pi$에서 최댓값을 가짐을 확인한다.

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [3단계]까지 모든 단계의 풀이 과정이 매끄럽고 답을 정확하게 얻은 경우	S
	[1단계], [2단계]를 풀고 [3단계]에서 미분 및 삼각함수의 덧셈정리를 이용하였으나 최대가 되는 θ를 $\frac{3}{8}\pi$로 못 구한 경우	A
중	[1단계], [2단계]를 풀고 [3단계]에서 미분만 구하고 삼각함수의 덧셈정리를 이용하지 못하여 최대가 되는 θ를 못 구한 경우	B
	[1단계]를 풀고 [2단계]에서 x좌표를 $\frac{2}{a}v^2(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta)$로 올바르게 구한 경우	C
	[1단계]를 풀고 [2단계]에서 $y(t)=0$이 되는 시각 t를 구한 경우	D
하	[1단계]에서 $x(t)$, $y(t)$ 둘 중 어느 하나만 구한 경우	E
	어느 단계의 일부분도 풀이 과정이 매끄럽게 작성하지 못하거나 전혀 작성하지 않은 경우	F

7. 예시답안

점 P의 좌표 $(x(t), y(t))$를 주어진 조건 $x''(t)=a,\ x'(0)=v\cos\theta,\ x(0)=0,\ y''(t)=-a,\ y'(0)=v\sin\theta,\ y(0)=0$으로부터 다음을 구한다.

$$x'(t)=at+v\cos\theta, \qquad x(t)=\frac{1}{2}at^2+vt\cos\theta,$$
$$y'(t)=-at+v\sin\theta, \quad y(t)=-\frac{1}{2}at^2+vt\sin\theta$$

위에서 $y(t)=0 \Leftrightarrow t=0, \frac{2}{a}v\sin\theta$이므로 $x(\frac{2}{a}v\sin\theta)=\frac{2}{a}v^2(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta)$가 최대가 되도록 하는 θ를 구하면 된다. $f(\theta)=\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta\ (0<\theta\le\pi/2)$로 두면

$$f'(\theta)=2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta-\sin^2\theta=\sin2\theta+\cos2\theta$$

가 0이 될 필요충분조건은 $\tan2\theta=-1\ (0<\theta\le\pi/2) \Leftrightarrow \theta=\frac{3}{8}\pi$이고 $f''(\frac{3}{8}\pi)<0$이므로 $\theta=\frac{3}{8}\pi$에서 최댓값을 갖는다.

2026년도 동국대학교 모의논술

모의논술고사 문제 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	2026년도 모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	같은 것이 있는 순열, 조건부 확률, 기댓값, 표준편차, 표본평균
예상 소요 시간	25분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 어떤 시행에서 표본공간 S의 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$를

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

로 정의하고, 이를 사건 A가 일어날 수학적 확률이라고 한다.

-『고등학교 확률과통계』

【나】 사건 A가 일어났을 때 사건 B의 조건부확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad (\text{단, } P(A)\neq 0)$$

-『고등학교 확률과통계』

【다】 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_n\Pi_r=n^r$$

-『고등학교 확률과통계』

【라】 n개 중에 같은 것이 각각 p개 q개, …, r개씩 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

-『고등학교 확률과통계』

【마】 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$P(X=x_i)=p_i \quad (i=1,2,\cdots,n)$$

일 때, X의 기댓값, 분산, 표준편차 $E(X)$, $V(X)$, $\sigma(X)$는

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n=m,\ \ V(X)=E((X-m)^2),\ \ \sigma(X)=\sqrt{V(X)}$$

-『고등학교 확률과통계』

【바】 이산확률변수 X와 상수 a $(a\neq 0)$, b에 대하여

$$E(aX+b)=aE(X)+b,\quad V(aX+b)=a^2V(X),\quad \sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$$

-『고등학교 확률과통계』

【사】 모평균이 m이고 모표준편차가 σ인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

$$E(\overline{X})=m,\ \ V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n},\ \ \sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

-『고등학교 확률과통계』

[문제2] 어떤 식당에 A, B, C, D 네 가지 메뉴가 있다고 하고 각각의 가격이 A는 $9{,}000$원, B와 C는 $10{,}000$원, D는 $15{,}000$원이라고 하자. 5일 동안 하루에 한번 이 식당을 방문하여 무작위로 하나의 음식을 주문한다고 할 때, 다음의 질문에 답하시오.

(1) 5일간의 총 가격에 대한 기댓값과 표준편차를 구하시오.

(2) 5일간의 총 가격이 $59{,}000$원이 나올 확률을 구하시오.

(3) 5일간의 총 가격이 $59{,}000$원이 나왔을 때, 마지막 날에 음식 C를 선택했을 확률을 구하시오.

3. 출제의도

확률변수의 독립시행에 의한 표본평균의 개념을 이해하였는지를 확인하고 표본평균의 평균과 표준편자를 활용하여 확률변수의 합을 계산한다. 제시된 식당의 메뉴를 선택하는 과정에서 나오는 여러 가지 경우의 수를 순열을 이용하여 구체적으로 계산하는 과정을 평가한다. 수학적 확률과 조건부 확률의 개념을 잘 가지고 적절하게 계산할 수 있는지 평가한다.

4. 출제근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (1) 경우의 수 [1] 순열과 조합 확률과 통계 (2) 확률 [2] 조건부확률 확률과 통계 (3) 통계 [1] 확률분포 확률과 통계 (3) 통계 [2] 통계적 추정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다. [12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. [12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다. [12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 확률과 통계	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2020	14, 17, 45, 59, 85, 86, 89, 113
	고등학교 확률과 통계	배종숙 외 6인	금성출판사	2020	19, 22, 51. 67, 100, 105, 130

5. 문항해설

(1-1) 한번 주문을 할 때 음식 가격에 대한 평균과 표준편차를 계산한다.
(1-2) 5개의 표본평균의 평균과 분산을 이용하여 5일간 음식값의 총 합의 평균과 표준편차를 계산한다.
(2) 문제의 조건에 해당하는 메뉴 선택에 대한 경우의 수를 계산하고 확률을 계산한다.
(3) 마지막 날 C를 주문했을 때의 경우의 수를 계산하고 조건부 확률을 계산한다.

6. 평가기준

[단계 1] 확률변수 X를 한번 주문을 할 때 음식가격이라고 하면 평균은 $E(X)=9000\frac{1}{4}+10000\frac{2}{4}+15000\frac{1}{4}=11000$ 이고 분산은 $V(X)=2000^2\frac{1}{4}+1000^2\frac{2}{4}+4000^2\frac{1}{4}=22\cdot\frac{1000^2}{4}$, 표준편차는 $\sigma(X)=\sqrt{22}\cdot 500$이다.

[단계 2] 5개의 표본평균 $\overline{X}$의 기댓값과 표준편차는 11000원과 $\sqrt{110}\cdot 100$원이다. 5일간의 음식가격으로 표본평균을 잡으면 음식값의 총합은 $5\overline{X}$이므로 총합의 기댓값은 55,000원이고 표준편차는 $\sqrt{110}\cdot 500$원이다.

[단계 3] 5일간의 음식 금액이 총 59,000원이 나왔을 때, A의 주문횟수를 x라고 하고, B와 C의 주문횟수의 합을 y, D의 주문횟수를 z라고 하자. 그러면 x, y, z는 $9000x+10000y+15000z=59000$, 즉 $9x+10y+15z=59$을 만족한다. 또한 문제의 조건에서 $x+y+z=5$이므로 $y+6z=14$이다. y와 z는 0부터 5이하의 정수이므로 $y=2$, $z=2$이고 $x=1$이다.

[단계 4] A를 1회, B와 C를 합쳐서 2회, D를 2회 선택하는 경우의 수는 1개의 문자 A, 2개의 문자 O, 2개의 문자 D를 일렬로 나열하는 방법의 수에 2개의 O에 각각 B와 C를 고르는 방법의 수 2^2을 곱한 것으로 $\frac{5!}{2!2!1!}\cdot 2^2=120$이다. 전체 경우의 수는 4^5이므로 음식 금액이 총 59,000원이 나오는 확률은 $\frac{120}{4^5}=\frac{15}{128}$이다.

[단계 5] 마지막 날 C를 주문하고 음식금액의 총 합이 59,000원이 나오는 경우의 수는 처음 4일간 A를 1회 B와 C를 1회, D를 2회 선택하는 경우의 수와 같으므로 위의 단계과 마찬가지로 $\frac{4!}{2!1!1!}\cdot 2^1=24$이고 확률은 $\frac{24}{4^5}=\frac{3}{128}$이다. 따라서 구하는 조건부 확률은 $\frac{3/128}{15/128}=\frac{1}{5}$이다.

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [5단계]까지 모든 단계의 풀이 과정이 매끄럽고 모든 소문항의 답을 정확하게 얻은 경우	S
	[1단계]부터 [5단계]까지 모든 단계를 작성하고 모든 소문항의 답을 얻은 경우	A
중	[1단계]부터 [5단계] 중 모든 단계를 작성하고 2개의 소문항의 답을 얻은 경우	B
	[1단계]부터 [5단계] 중 세 단계를 작성하고 1개의 소문항의 답을 얻은 경우	C
	[1단계]부터 [5단계] 중 두 단계를 작성한 경우	D
하	[1단계]부터 [5단계] 중에서 어느 한 단계만 작성한 경우	E
	어느 단계의 일부분도 풀이 과정이 매끄럽게 작성하지 못하거나 전혀 작성하지 않은 경우	F

7. 예시답안

(1) 확률변수 X를 한번 주문에서의 음식가격이라고 하면 제시문 **【마】**에 의하여 X의 기댓값과 분산, 표준편차는 $E(X)=9000\frac{1}{4}+10000\frac{2}{4}+15000\frac{1}{4}=11000$, $V(X)=2000^2\frac{1}{4}+1000^2\frac{2}{4}+4000^2\frac{1}{4}=22\cdot\frac{1000^2}{4}$, $\sigma(X)=\sqrt{22}\cdot 500$이다. 제시문 **【사】**에 의하여 5개의 표본평균 $\overline{X}$의 기댓값과 표준편차는 11000원과 $\sqrt{110}\cdot 100$원이다. 5일간의 음식가격으로 표본평균을 잡으면 음식값의 총합은 $5\overline{X}$이고 제시문 **【바】**에 의하여 총합의 기댓값은 55,000원이고 표준편차는 $\sqrt{110}\cdot 500$원이다.

(2) 5일간의 음식 금액이 총 59,000원이 나왔을 때, A의 주문횟수를 x라고 하고, B와 C의 주문횟수의 합을 y, D의 주문횟수를 z라고 하자. 그러면 x, y, z는 $9000x+10000y+15000z=59000$, 즉 $9x+10y+15z=59$을 만족한다. 또한 문제의 조건에서 $x+y+z=5$이므로 $y+6z=14$이다. y와 z는 0부터 5이하의 정수이므로 $y=2$, $z=2$이고 $x=1$이다. A를 1회, B와 C를 합쳐서 2회, D를 2회 선택하는 경우의 수는 1개의 문자 A, 2개의 문자 O, 2개의 문자 D를 일렬로 나열하는 방법의 수에 2개의 O에 각각 B와 C를 고르는 방법의 수 2^2을 곱한 것으로 제시문 **【다】**, **【라】**에 의하여 $\frac{5!}{2!2!1!}\cdot 2^2=120$ 이다. 전체 경우의 수는 제시문 **【다】**에 의하여 4^5이므로 구하는 확률은 제시문 **【가】**에 의하여 $\frac{120}{4^5}=\frac{15}{128}$이다.

(3) 마지막 날 C를 주문하고 음식금액의 총 합이 59,000원이 나오는 경우의 수는 처음 4일간 A를 1회 B와 C를 1회, D를 2회 선택하는 경우의 수와 같으므로 위의 문항과 마찬가지로 $\frac{4!}{2!1!1!}\cdot 2^1=24$이고 확률은 $\frac{24}{4^5}=\frac{3}{128}$이다. 따라서 제시문 **【나】**에 의하여 구하는 조건부 확률은 $\frac{3/128}{15/128}=\frac{1}{5}$이다.

2026년도 동국대학교 모의논술

모의논술고사 문제 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	2026년도 모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	역함수 미분, 치환적분
예상 소요 시간	40분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 함수 $y=f(x)$의 $x=t$에서의 미분계수 $f'(t)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 기울기와 같다.

-『고등학교 수학II』

【나】 미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때,

$$y=f^{-1}(x)\text{의 도함수는 } (f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

-『고등학교 미적분』

【다】 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x=g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때 α, 를 포β함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

-『고등학교 미적분』

[문제3] 다음 〈조건〉을 만족하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 $x>0$에서 역함수 $g(x)$를 갖는다고 하자.

〈 조 건 〉

① $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는 원점 $(0,0)$에 대하여 대칭이다.
② $g(4)=1$이고 $g'(4)=\frac{1}{10}$이다.

(1) 함수 $f(x)$를 구하고, $f'(2)$의 값을 구하시오.

(2) $g(10)$의 값을 구하고, 곡선 $y=g(x)$위의 점 $(10,\ g(10))$에서의 접선의 기울기를 구하시오.

(3) $\int_4^{28}\frac{g(x)}{\sqrt{x}}dx$를 구하시오.

3. 출제의도

역함수 미분과 치환적분을 이용하여 주어진 정적분을 계산할 수 있는지를 종합적으로 평가한다. 역함수 미분을 이용하여 접선의 기울기를 구할 수 있는지 역함수 관계와 치환을 이용하여 주어진 정적분을 간단히 바꾸어서 계산을 할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학 Ⅱ (2) 미분 3 도함수의 활용 수학 미적분 (2) 미분법 2 여러 가지 미분법 수학 미적분 (3) 적분법 1 여러 가지 적분법
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다. [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 수학 Ⅱ	권오남 외 14인	교학사	2020	80
	고등학교 미적분	권오남 외 14인	교학사	2020	98,156
	고등학교 미적분	이준열 외 7인	천재교육	2020	99,151

5. 문항해설

(1) 역함수 미분을 이용하여 도함수 값을 구한다.
(2) 접선의 방정식과 역함수 미분을 이용하여 접선의 기울기를 구한다.
(3) 역함수 관계와 치환적분을 이용하여 적분값을 구한다.

6. 평가기준

[1단계] 최고차항의 계수가 1인 사차함수를 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$라 하자. 그러면 도함수는 $f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$이다. 조건 ①로부터 $a=0,\ c=0,$ 즉 $f'(x)=4x^3+2bx$이다.

[2단계] 조건 ②로부터 $f(1)=4$이고 $g'(4)=g'(f(1))=\frac{1}{10}$이다. 제시문 【나】에 의하여 $g'(f(x))=\frac{1}{f'(x)}$에 의하여 $f'(1)=10$이며 $f'(x)=4x^3+2bx$에 대입하면 $b=3$ 이다. $f(x)=x^4+3x^2+d$에 $f(1)=4$를 대입하면 $d=0$이다. 그러므로 $f(x)=x^4+3x^2$이고 $f'(2)=4(2^3)+6(2)=44$이다.

[3단계] $f(x)=x^4+3x^2=10$이라 하면 $x^2=2\ \ (x>0)$, 즉 $x=\sqrt{2}$이며 $f(\sqrt{2})=10$이다. 그러므로 $g(10)=\sqrt{2}$이다. 역함수 미분에 의하여 접선의 기울기는 $g'(10)=g'(f(\sqrt{2}))=\frac{1}{f'(\sqrt{2})}=\frac{1}{8\sqrt{2}+6\sqrt{2}}=\frac{1}{14\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{28}$이다.

[4단계] $g(x)=t$라 두면 $x=g^{-1}(t)=f(t),\ \frac{dx}{dt}=f'(t)$이다. $f(1)=4, f(2)=28$을 이용하면 정적분 $I=\int_4^{28}\frac{g(x)}{\sqrt{x}}dx$는 다음과 같이 변형된다.

$$I=\int_1^2\frac{tf'(t)}{\sqrt{f(t)}}dt=\int_1^2\frac{t(4t^3+6t)}{\sqrt{t^4+3t^2}}dt=\int_1^2\frac{4t(t^2+3)-6t}{\sqrt{t^2+3}}dt$$

[5단계] 치환 $u=t^2+3,\ \frac{du}{dt}=2t$를 이용하여 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\begin{aligned}I&=\int_1^2\frac{2(t^2+3)-3}{\sqrt{t^2+3}}2tdt=\int_4^7\frac{2u-3}{\sqrt{u}}du\\&=\int_4^7(2u^{\frac{1}{2}}-3u^{-\frac{1}{2}})du\\&=\frac{4}{3}(7^{\frac{3}{2}}-4^{\frac{3}{2}})-6(7^{\frac{1}{2}}-4^{\frac{1}{2}})\\&=\frac{10\sqrt{7}+4}{3}\end{aligned}$$

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [5단계]까지 모든 단계의 풀이 과정이 매끄럽고 모든 소문항의 답을 정확하게 얻은 경우	S
	[1단계]부터 [5단계]까지 모든 단계를 작성하고 모든 소문항의 답을 얻은 경우	A
중	[1단계]부터 [5단계] 중 네 단계를 작성하고 3개의 소문항의 답을 얻은 경우	B
	[1단계]부터 [5단계] 중 세 단계를 작성하고 2개의 소문항의 답을 얻은 경우	C
	[1단계]부터 [5단계] 중 세 단계를 작성하고 1개의 소문항의 답을 얻은 경우	D
하	[1단계]부터 [5단계] 중에서 어느 한 단계만 작성한 경우	E
	어느 단계의 일부분도 풀이 과정이 매끄럽게 작성하지 못하거나 전혀 작성하지 않은 경우	F

7. 예시답안

(1) 최고차항의 계수가 1인 사차 함수 $f(x)$를 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$라 하자. 그러면 도함수는 $f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$이다. 조건 ①로부터 $a=0,\ c=0$, 즉 $f'(x)=4x^3+2bx$이다. 조건 ②로부터 $f(1)=4$로부터 $g'(4)=g'(f(1))=\frac{1}{10}$이다. 제시문【나】에 의하여 $g'(f(x))=\frac{1}{f'(x)}$에 의하여 $f'(1)=10$이며 $f'(x)=4x^3+2bx$에 대입하면 $b=3$ 이다. $f(x)=x^4+3x^2+d$에 $f(1)=4$를 대입하면 $d=0$이다. 그러므로 $f(x)=x^4+3x^2$ 이고 $f'(2)=4(2^3)+6(2)=44$이다.

(2) $f(x)=x^4+3x^2=10$이라 하면 $x^2=2\ (x>0)$, 즉 $x=\sqrt{2}$ 이며 $f(\sqrt{2})=10$이다. 그러므로 $g(10)=\sqrt{2}$ 이다. 역함수 미분에 의하여 접선의 기울기는 $g'(10)=g'(f(\sqrt{2}))=\frac{1}{f'(\sqrt{2})}=\frac{1}{8\sqrt{2}+6\sqrt{2}}=\frac{1}{14\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{28}$이다.

(3) $g(x)=t$라 두면 $x=g^{-1}(t)=f(t),\ \frac{dx}{dt}=f'(t)$이다. $f(1)=4,\ f(2)=28$을 이용하면 정적분 I는 다음과 같이 변형된다.

$$I=\int_4^{28}\frac{g(x)}{\sqrt{x}}dx=\int_1^2\frac{tf'(t)}{\sqrt{f(t)}}dt=\int_1^2\frac{t(4t^3+6t)}{\sqrt{t^4+3t^2}}dt=\int_1^2\frac{4t(t^2+3)-6t}{\sqrt{t^2+3}}dt$$

다시 치환 $u=t^2+3,\ \frac{du}{dt}=2t$를 이용하여 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\begin{aligned}I&=\int_1^2\frac{2(t^2+3)-3}{\sqrt{t^2+3}}2tdt=\int_4^7\frac{2u-3}{\sqrt{u}}du\\&=\int_4^7(2u^{\frac{1}{2}}-3u^{-\frac{1}{2}})du\\&=\frac{4}{3}(7^{\frac{3}{2}}-4^{\frac{3}{2}})-6(7^{\frac{1}{2}}-4^{\frac{1}{2}})\\&=\frac{10\sqrt{7}+4}{3}\end{aligned}$$