단국대학교 2027학년도 모의논술고사

자연 계열 문제

전 형 명	논술우수자	모집단위	
수험번호		성 명	

☑ 수험생 유의사항

1. 시험 시간은 120분이며, 고사 종료 시까지 퇴실할 수 없습니다(중도 퇴실할 경우 결시 처리).
2. 답안 작성란에 개인 정보(학교명, 성명 등)를 유출시킬 수 있는 불필요한 표시 등이 있는 경우 0점 처리되니 유의하시기 바랍니다.
3. 수험생 인적 사항과 답안은 반드시 **검정색 펜류**로 작성하시기 바랍니다.
   (빨간색이나 파란색 필기구, 연필, 샤프 사용 금지)
4. 답안지는 교체가 불가합니다. 원고지 교정 부호 또는 수정 테이프를 사용하여 수정하시기 바랍니다.
5. 답안은 반드시 정해진 답안 작성란 안에만 작성하시기 바랍니다.
6. 연습지는 대학에서 제공하는 A4용지를 활용하시기 바랍니다.
7. 감독관의 지시·통제에 따르지 않는 경우 부정행위로 처리되며 즉시 퇴실 조치합니다.

※ 시험이 시작되기 전에는 표지를 넘기지 마십시오.

단국대학교 DANKOOK UNIVERSITY

〔문제 1〕 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (55점)

〈제시문〉

(가) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은 $$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$
(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $$S=\int_a^b \lvert f(x)-g(x)\rvert dx$$
(다) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

삼차함수 $f(x)=-x^3-3x^2$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

〔논제 1〕 다음을 만족시키는 0이 아닌 실수 α, β, γ의 값을 구하시오. (15점)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(\beta x)}{(2x)^{\alpha}}=\lim_{x\to\infty}\frac{f(-x)f(\alpha x)}{x^{\beta}}=\gamma$$

〔논제 2〕 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(-3, f(-3))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S라 할 때,

$$S=\int_{-3}^{3}\{f(x)-p\}dx$$

를 만족한다. 상수 p의 값을 구하시오. (20점)

〔논제 3〕 다음을 만족시키는 양의 실수 a의 값을 구하시오. (20점)

점 $\mathrm{Q}(a, f(a))$를 지나고 기울기가 $m(m>0)$인 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 $\overline{\mathrm{AB}}=g(m)$이라 하면, $g(m)$은 $m=2$에서 최솟값을 갖는다.

〔문제 2〕 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (45점)

〈제시문〉

(가) 공집합이 아닌 두 집합 X, Y에 대하여 집합 X의 각 원소에 집합 Y의 원소가 오직 하나씩 대응할 때, 이 대응을 집합 X에서 집합 Y로의 함수라고 한다. 이 함수를 f라 할 때, 기호 $f: X \to Y$로 나타낸다.
(나) 함수 $f: X \to Y$에서 정의역 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 가 성립할 때, 이 함수 f를 일대일함수라고 한다. 특히, 함수 $f: X \to Y$가 일대일함수이고 치역과 공역이 같을 때, 이 함수 f를 일대일대응이라고 한다.
(다) 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
(라) 점 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$와 직선 $ax+by+c=0$ $(ab \neq 0)$ 사이의 거리는 $\frac{\lvert ax_0+by_0+c \rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$

집합 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에서 S로의 함수 $f: S \to S$가 일대일대응이고

$$a_n = k^{f(n)} \quad (n=1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

이라 하자. (단, k는 상수)

〔논제 1〕 첫째항이 양수이고 공비가 r $(r>1)$인 등비수열 $\{b_n\}$과 실수 k $(k<0,\ k \neq -1)$에 대하여,

$\sum_{n=1}^{6} a_n b_n$의 값이 최대가 되도록 하는 일대일대응인 함수 $f(n)$

을 모두 구하시오. (20점)

〔논제 2〕 $a_n = 2^{f(n)}$일 때, 꼭짓점이

$$\mathrm{A}(n, n),\ \mathrm{B}(a_n, n+1),\ \mathrm{C}(n+1, n+2)$$

인 삼각형의 무게중심을 G_n이라 하자. $(n=1, 2, 3, 4, 5, 6)$

다음 조건을 만족시키는 일대일대응인 함수 $f(n)$을 모두 구하시오. (25점)

점 G_n 중 한 점을 제외한 모든 점과 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리의 값이 자연수이다.


DKU
단국대학교