• 2　수리 영역 •

수리"가"형 정답

1	③	2	①	3	②	4	①	5	①	6	②
7	⑤	8	④	9	⑤	10	③	11	④	12	④
13	④	14	⑤	15	④	16	⑤	17	③	18	②
19	①	20	③	21	②	22	80	23	32	24	968
25	202	26	36	27	262	28	360	29	54	30	125

해 설

1. [　　] 거듭제곱근과 지수법칙에 관한 계산 능력을 측정한다.

$$\times\ \sqrt{4}\div\sqrt[6]{4}=2^{2}\times 4^{\frac{1}{3}}\div 4^{\frac{1}{6}}=2^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{2}{3}}\div 2^{\frac{2}{6}}$$
$$=2^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=2^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{2^{5}}$$

2. [출제의도] 행렬의 덧셈, 곱셈, 단위행렬에 관한 계산 능력을 측정한다.

$$+B=\begin{matrix}-1 & -4\\ -2 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 4\\ 2 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=-E$$
$$(A+B)^2=(-E)^2=E^2=E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

3. [출제의도] 무리식의 극한에 관한 계산 능력을 측정한다.

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+3}\quad\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}\ )$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{3}{n}}}{1+\frac{2}{n}+\sqrt{1+\frac{1}{n}}}$$
$$=\frac{1}{2}$$

4. [출제의도] 행렬의 곱셈과 연립방정식에 관한 계산 능력을 측정한다.

$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ y & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 1 & z\end{pmatrix}$에서 $\begin{pmatrix}2+3y & 4\\ 2+xy & 1+x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 1 & z\end{pmatrix}$

$2+3y=1$에서 $y=-\frac{1}{3}$

$2+xy=1$에서 $2-\frac{1}{3}x=1\ \therefore\ x=3$

$\therefore\ z=1+x=4$

5. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계, 지수법칙, 로그의 성질에 관한 이해력을 측정한다.

이차방정식 $x^2-4x+2=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=2$

$\therefore\ 2^{\alpha}\cdot 2^{\beta}+(\log_2\alpha+\log_2\beta)=2^{\alpha+\beta}+\log_2\alpha\beta$

$=2^4+\log_2 2=16+1=17$

6. [출제의도] 상용로그의 가수에 관한 이해력을 측정한다.

$\log 20=\log 10+\log 2=1+\log 2$ 에서 $f(20)=\log 2$

같은 방법으로 $f(300)=\log 3$, $f(5000)=\log 5$

$\therefore\ f(20)+f(300)+f(5000)=\log 2+\log 3+\log 5$

$=\log 2\cdot 3\cdot 5=\log 30$

7. [출제의도] 역행렬의 존재 조건과 도형의 방정식에 관한 이해력을 측정한다.

행렬 $\begin{pmatrix}x+2 & 1-y\\ 1+y & x-2\end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않으므로

$(x+2)(x-2)-(1-y)(1+y)=0$

$x^2-4-(1-y^2)=0$

$\therefore\ x^2+y^2=5$

따라서 점 $(x,\ y)$가 그리는 도형은 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원이다

8. [출제의도] 행렬의 성질과 행렬의 곱셈에 관한 이해력을 측정한다.

ㄱ. $(AB)^2=(AB)(AB)=A(BA)B$

$=A(-AB)B=-A^2B^2\quad\therefore$ 거짓

ㄴ. $(A+B)^2=(A+B)(A+B)=A^2+AB+BA+B^2$

$=A^2-BA+BA+B^2=A^2+B^2\ \therefore$ 참

ㄷ. $(A-B)^2=(A-B)(A-B)=A^2-AB-BA+B^2$

$=A^2-AB+AB+B^2=A^2+B^2$ 이고,

ㄴ에서 $(A+B)^2=A^2+B^2$ 이므로

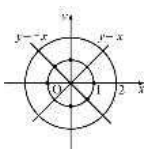
$(A+B)^2=(A-B)^2\quad\therefore$ 참

9. [출제의도] 수열의 합에 대한 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

$$x^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2-\sum_{k=1}^{n}(x-k)^2$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\{(x+k)^2-(x-k)^2\}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}4kx=4x\sum_{k=1}^{n}k=4x\cdot\frac{n(n+1)}{2}$$

$\therefore\ x=4\cdot\frac{n(n+1)}{2}=2n(n+1)$

10. [출제의도] 행렬의 표현과 역행렬에 관한 이해력을 측정한다.



점 Q$(c,\ d)$는 원 $x^2+y^2=4$ 와 직선 $y=x$의 교점이므로 $c=d\neq 0$이다.

행렬 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & b\\ c & c\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하려면

$ac-bc\neq 0,\quad ac\neq bc$

$\therefore\ a\neq b$

따라서 점 P 중에서 $a\neq b$인 점은 그림에서 모두 6개다.

11. [출제의도] 규칙의 이해 및 등차수열의 일반항, 합에 관한 이해력을 측정한다.

ㄱ. 구슬을 4개씩 붙여 나가므로 $a_{n+1}-a_n=4$

ㄴ. 수열　　}은 첫째항이 1이고, 공차가 4인 등차수열이므로

$a_n=1+(n-1)4=4n-3$

$\therefore\ a_{20}=4\cdot 20-3=77$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{10}a_k=\sum_{k=1}^{10}(4k-3)=4\cdot\frac{10\cdot 11}{2}-3\cdot 10=220-30$

$=190$

12. [출제의도] 수열의 표현 및 무한급수에 관한 이해력을 측정한다.

4^n을 10으로 나눈 나머지는 4^n의 일의 자리수이므로

$a_1=4,\ a_2=6,\ a_3=4,\ a_4=6,\ \cdots$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{10^n}=0.464646\cdots=\frac{0.46}{1-0.01}=\frac{46}{99}$$

13. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수에 관한 증명능력을 측정한다.

$\log 10A=1+n+\alpha$ 에서 $\log 10A$ 의 지표는 $1+n$이고,

$\log\frac{10}{A}=-n+1-\alpha$ 에서 $\log\frac{10}{A}$ 의 지표는 $-n$이다.

따라서 $\log 10A$와 $\log\frac{10}{A}$의 지표의 합은 $1+n-n=1$이다.

$\therefore$ (　) $1+n$, (나) $-n$, (다) 1

14. [출제의도] 수학적귀납법을 이해하고, 이를 이용한 증명 능력을 측정한다.

$$\sum_{k=1}^{i+1}k(k+1)(k+2)=\sum_{k=1}^{i}k(k+1)(k+2)+(i+1)(i+2)(i+3)$$

이므로

$n=i+1$일 때에도 등식이 성립함을 보이려면

양변에 $(i+1)(i+2)(i+3)$을 더하여야 한다.

이 때, 좌변은

$$\sum_{k=1}^{i}k(k+1)(k+2)+(i+1)(i+2)(i+3)$$
$$=\sum_{k=1}^{i+1}k(k+1)(k+2)$$

이고, 우변은

$$\frac{1}{4}i(i+1)(i+2)(i+3)+(i+1)(i+2)(i+3)$$
$$=\frac{1}{4}(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$$

이므로 $n=i+1$일 때에도 주어진 등식이 성립한다.

$\therefore$ (가) $(i+1)(i+2)(i+3)$

(나) $\frac{1}{4}(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$

15. [출제의도] 수열의 극한에 관한 성질을 이해하고, 여러 가지 상황에 따른 문제해결능력을 측정한다.

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}(a_n+2)=\alpha$ 라고 하면

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}(a_n+2)-2\}=\alpha-2\quad\therefore$ 참

ㄴ. [반례] $a_n=(-1)^n$이면 $\lim_{n\to\infty}|a_n|=1$이지만

$\{a_n\}$은 진동하므로 발산한다. $\therefore$ 거짓

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$ 이 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}|a_n|=0$

$\lim_{n\to\infty}|a_n|=0$이면 $\lim_{n\to\infty}(-|a_n|)=0$이므로

$-|a_n|\leq a_n\leq|a_n|$에서 $\lim_{n\to\infty}a_n=0\quad\therefore$참

16. [ ] 행렬과 연립일차방정식의 해에 관한 문제 해결 능력을 측정한다.

X kX $A=\begin{pmatrix}5&3\\8&3\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix}5&3\\8&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=k\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}5-k&3\\8&3-k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

이 때 행렬 $\begin{pmatrix}5-k&3\\8&3-k\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하면

$x=0, y=0$으로 오직 한 쌍이 존재하고,

역행렬이 존재하지 않으면 무수히 많이 존재한다. 따라서 $(5-k)(3-k)-24=0$에서 $k-8k-9=0$

$(k+1)(k-9)=0$

$\therefore\ k=-1$ 또는 $k=9$

그런데 $k=-1$일 때, $2x+y=0$을 만족하는 양수 x, y가 존재하지 않는다.

한편, $k=9$ 일 때, $8x-6y=0$ 즉 $y=\frac{4}{3}x$ 를 만족하는 양수 x, y가 존재한다.

$\therefore\ k=9$

17. [출제의도] 실생활과 관련된 상황을 수열과 관계지어 문제를 해결한다.

n개의 선분으로 분할되는 영역의 수의 최대값을 a_n이라 하면, $a_n\}$: 2, 4, 7, 11,...

$a_n=2+(2+3+...+n)=1+\frac{n(n+1)}{2}$

따라서 k개의 선분으로 분할된 영역의 수가 최소한 29이려면

$a_k \geqq 29$

$1+\frac{k(k+1)}{2} \geqq 29$

$\therefore\ k \geqq 7$

따라서 선분을 최소한 7개 그려야 한다.

18. [출제의도] 규칙을 발견하여 무한급수의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문항이다.

$S_n=\frac{1}{2}\cdot 2^2\cdot\angle \mathrm{AOP}_n$ 이므로 $\lim_{n\to\infty}S_n=2\lim_{n\to\infty}\angle \mathrm{AOP}_n$

한편, $\angle \mathrm{AOP}_1=\frac{\pi}{2}$,

$\angle \mathrm{AOP}_2=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$,

$\angle \mathrm{AOP}_3=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{8}$,

$\angle \mathrm{AOP}_4=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{16}$,

⋮

$\therefore \lim_{n\to\infty}\angle \mathrm{AOP}_n=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{16}-...=\frac{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$

따라서, $\lim_{n\to\infty}S_n=2\lim_{n\to\infty}\angle \mathrm{AOP}_n=\frac{4\pi}{3}$

19. [출제의도] 타교과(화학)과 관련된 지수 문제의 해결 능력을 측정한다

처음 산소 기체의 압력과 부피를 각각 P_1, V_1이라 하고 부피가 4배 증가했을 때의 압력과 부피를 각각 P_2, V_2라 하면

$P_1 {V_1}^{1.5}=P_2 {V_2}^{1.5}=C$

그런데 $V_2=4V_1$이므로

$P_1 {V_1}^{1.5}=P_2\cdot(4V_1)^{1.5}$

즉, $P_2=P_1\cdot\frac{1}{4^{1.5}}=P_1\cdot\frac{1}{(2^2)^{1.5}}=P_1\cdot\frac{1}{2^{2\cdot 1.5}}$

$=P_1\cdot\frac{1}{2^3}=\frac{P_1}{8}$

20. [출제의도] 타교과(지구과학)과 관련된 로그 문제의 해결 능력을 측정한다.

겉보기등급이 $m=0.0$등급, 절대등급이 $M=0.5$등급일 때, 지구로부터의 거리는 $r=10^{0.9}$(pc)이므로

$m-M=a+5\log_{10}r$에서

$-0.5=a+5\log_{10}10^{0.9}$, $-0.5=a+5\times 0.9$

$\therefore\ a=-5$

따라서 거리 지수는 $m-M=-5+5\log_{10}r$

이 때, 겉보기등급은 2등급이고 절대등급이 -4.5등급인 별의 지구로부터의 거리를 r이라 하면,

$2-(-4.5)=-5+5\log_{10}r$

$5\log_{10}r=11.5$에서 $\log_{10}r=2.3$

$\therefore\ r=10^{2.3}$(pc)

21. [출제의도] 실생활과 관련된 행렬 문제의 해결 능력을 측정한다.

'인컬'에 해당하는 이차정사각행렬은 $\begin{pmatrix}8&10\\2&0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}11&3\\4&0\end{pmatrix}$

이고, 암호화 되는 글자에 해당되는 행렬을 각각 A, B라 하면

$A\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&10\\2&0\end{pmatrix}$ 에서

$A=\begin{pmatrix}8&10\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}8&10\\2&0\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}18&20\\2&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&10\\1&0\end{pmatrix}$ ⇨ '직'

또, $B\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11&3\\4&0\end{pmatrix}$ 에서

$B=\begin{pmatrix}11&3\\4&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}11&3\\4&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}14&6\\4&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&3\\2&0\end{pmatrix}$ ⇨ '선'

따라서 '인컬'로 암호화되는 글자는 '직선'이다.

22. [출제의도] 수열의 합에 관한 계산 능력을 측정한다.

$\sum_{k=1}^{10}(3a_k+2)=3\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}2=3\cdot 20+20=80$

23. [출제의도] 무한수열의 수렴에 대한 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

두 무한수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}({a_n}^2+{b_n}^2)=\lim_{n\to\infty}\{(a_n+b_n)^2-2a_nb_n\}$

$=\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)\}^2-2\lim_{n\to\infty}a_nb_n=6^2-2\cdot 2$

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}({a_n}^2+{b_n}^2)=32$

24. [출제의도] 등차수열의 합에 관한 이해력을 측정한다.

$a+(a+2)+\ \cdots\ +(b-2)+b$는 항이 22개인 등차수열의 합이므로 $22^3=\frac{22(a+b)}{2}$

$\therefore\ a+b=2\times 22^2=968$

25. [출제의도] 행렬의 곱셈과 규칙성의 이해를 측정한다.

$A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$에서

$A^2=AA=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&4\\0&1\end{pmatrix}$

$A^3=A^2A=\begin{pmatrix}1&4\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&6\\0&1\end{pmatrix}$

$A^4=A^3A=\begin{pmatrix}1&6\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&8\\0&1\end{pmatrix}$

⋮

이상에서 $A^n=\begin{pmatrix}1&2n\\0&1\end{pmatrix}$임을 알 수 있다.

$\therefore\ A^{100}=\begin{pmatrix}1&200\\0&1\end{pmatrix}$

따라서 A^{100}의 모든 성분의 합은

$1+200+0+1=202$ 이다.

26. [출제의도] 등비중항에 관한 이해력을 측정한다.

세 수 3, 6, m이 등비수열을 이루므로 $m=12$

세 수 m, n, 108 즉 12, n, 108이 등비수열을 이루므로

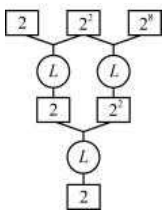
$n^2=12\times 108=2^4\times 3^4=36^2$

$\therefore\ n=36$

27. [출제의도] 로그의 성질과 표현력을 측정한다.

아래 쪽부터 빈 칸에 알맞은 값을 차례로 구하면 그림과 같다.

$\therefore\ x+y+z=2+2^8+2^2=262$



28. [출제의도] 지표와 가수의 성질을 이해하여 문제를 해결하는 능력을 측정한다.

$\log 1.5+\log 2.4=0.5563$이므로

$\log A=2+0.5563$

$=2+\log 1.5+\log 2.4$

$=\log(100\times 1.5\times 2.4)$

$=\log 360$

$\therefore\ A=360$

29. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계, 등비수열에 관한 문제 해결 능력을 측정한다.

이차방정식의 근과 계수와의 관계에서

$\alpha+\beta=\frac{1}{2}a$ $\alpha\beta=1$, $p+q=\frac{1}{2}b$, $pq=2$

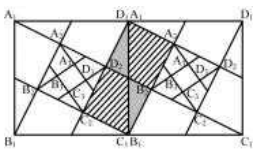
이 때, a, b가 양수이므로 α, β, p, q 는 모두 양수이다.

한편, 네 수 α, p, β, q 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$= k$, $p = kr$, $\beta = kr$, $q = kr^3 (k \quad 0,\ r > 0)$
놓으면
$\alpha\beta = k^2 r^2 = 1$, $\quad pq = k^2 r^4 = 2$
$\therefore\ r = \sqrt{2}$, $\quad k = \frac{1}{2}$
$\therefore\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $p = 1$, $\beta = \sqrt{2}$, $q = 2$
$a = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}$
$b = 2(1+2) = 6$
$\therefore\ a^2 + b^2 = 18 + 36 = 54$

30. [ ] 규칙성의 이해와 무한급수에 관한 문제 해결 능력을 측정한다.

아래 그림과 같이 생각하면 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 빗금친 부분과 어두운 부분의 넓이의 합은 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 넓이와 같다.



따라서 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 넓이는 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$의 넓이의 $\frac{1}{5}$ 이다.
이와 같이 생각하면
$S_{n+1} = \frac{1}{5} S_n$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$),
$S_1 = 1$이므로
$\sum_{n=1}^{\infty} {}^{n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{4}$
$\therefore\ 100 \sum_{n=1}^{\infty} S_n = 100 \times \frac{5}{4} = 125$

수리"나"형 정답

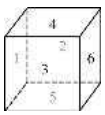
1	③	2	①	3	④	4	①	5	①	6	②
7	⑤	8	④	9	③	10	③	11	③	12	②
13	④	14	⑤	15	⑤	16	⑤	17	②	18	④
19	①	20	③	21	②	22	150	23	15	24	99
25	202	26	10	27	262	28	360	29	90	30	60

해 설

3. [출제의도] 행렬의 덧셈과 곱셈에 관한 계산 능력을 측정한다.

$A + B = \begin{pmatrix} 0 & \log 2 \\ \log 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \log 5 \\ \log 5 & 1 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 1 & \log 2 + \log 5 \\ \log 2 + \log 5 & 1 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
$\therefore\ (A+B)C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

9. [출제의도] 정육면체와 관련된 공간 지각 능력을 측정한다.



전개도를 접어 3이 쓰인 면이 정면으로 오도록 정육면체를 만들면 오른쪽 그림과 같다. 이 때, 한 꼭지점에서 만나는 세 면에 쓰인 수의 합을 구해 보면,
4+1+3=8, 4+3+6=13, 4+6+2=12, 4+2+1=7,
5+1+3=9, 5+3+6=14, 5+6+2=13, 5+2+1=8
따라서 세 면에 쓰인 수의 합이 10인 경우는 없다.

11. [출제의도] 행렬의 성질을 이해하고 추론하는 능력을 측정한다.

ㄱ. $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^l \end{pmatrix}$이라 하면
$PQ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{k+l} \end{pmatrix}$
$\therefore$ 참
ㄴ. $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix}$이라 하면
$P^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{2k} \end{pmatrix}$
$P^3 = P^2 P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{2k} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{3k} \end{pmatrix}$
$P^n = P^{n-1} P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{(n-1)k} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{nk} \end{pmatrix}$
$\therefore$ 참
ㄷ. $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^k \end{pmatrix}$ (k는 양의 정수)라 하면
$P^{-1} = \frac{1}{2^k}\begin{pmatrix} 2^k & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{-k} \end{pmatrix}$
그런데 $-k$는 음의 정수이므로 $P^{-1} \notin A$
$\therefore$ 거짓

12. [출제의도] 최대공약수와 서로소에 관한 이해력을 측정한다.

a, b가 서로소일 때, 잘려지는 정사각형의 개수가 $a+(b-1)$이므로
$f(a, b) = a + (b-1) = a + b - 1$
$f(8, 7) = 8 + 7 - 1 = 14$ 에서
$f(16, 14) = f(8, 7) + f(8, 7) = 28$

14. [출제의도] 지수법칙을 이해하고, 귀류법을 이용한 증명능력을 측정한다.

$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = m$ (m은 유리수)라 가정하면
$m = \frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)라 놓을 수 있다.
이 때
$m^3 = (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})^3 = 6 + 6(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}) = 6(m+1)$
$m = \frac{q}{p}$를 대입하여 정리하면 $q^3 = 6p^2(p+q) \cdots$ ㉠
따라서 q^3은 6의 배수이고, $q = 6k$ (k는 자연수) 로 놓고 ㉠식에 대입하여 정리하면 $p^2(6k+p) = 36k^3$
위의 식에서 p는 짝수를 인수로 갖게 되어 p, q 가 서로소라는 가정에 모순이다. 그러므로 m은 무리수이다.

15. [출제의도] 삼각함수와 행렬에 관한 문제 해결 능력을 측정한다.

$A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 이므로
$A = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$
따라서
$\cos\theta = \frac{4}{5}$, $\sin\theta = \frac{3}{5}$이므로
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$

17. [출제의도] 행렬과 절대부등식에 관한 문제 해결 능력을 측정한다.

A의 역행렬이 존재하므로
$(t-a)(2t-a)+1 \neq 0$에서
$2t^2 - 3at + a^2 + 1 \neq 0 \cdots$ ㉠
㉠이 임의의 실수 t에 대하여 성립하려면
$D = (-3a)^2 - 4 \cdot 2(a^2+1) < 0$
$a^2 - 8 < 0$
$\therefore\ -\sqrt{8} < a < \sqrt{8}$
따라서 정수 a는 0, ±1, ±2의 5개이다.

18. [출제의도] 실생활과 관련된 행렬 문제의 표현력을 측정한다.

$PQ = \begin{pmatrix} 20 & 30 \\ 25 & 15 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1.4 & 1.3 \\ 1.4 & 1.2 \end{pmatrix}$이므로 PQ의 (2, 2)성분은 $25 \times 1.3 + 15 \times 1.2$ 이다.
한편, $25 \times 1.3 + 15 \times 1.2 = 25(1+0.3) + 15(1+0.2)$에서 $25(1+0.3)$, $15(1+0.2)$는 각각 '을' 공장에서 올해 계획한 제품 A, B의 생산량과 같다.
따라서, PQ의 (2, 2)성분은 '을' 공장이 올해 계획한 제품 A와 B의 생산량의 합을 나타낸다.

22. [출제의도] 지수법칙을 이용한 계산 능력을 측정한다.

$4^x + 8^x = 2^{2x} + 2^{3x} = (2^x)^2 + (2^x)^3 = 5^2 + 5^3 = 150$

23. [출제의도] 행렬과 연립방정식의 관계를 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

$\begin{cases} ax + by = 3 \\ cx + dy = 5 \end{cases}$ 를 행렬을 이용하여 나타내면,
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
양변의 왼쪽에 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 역행렬을 곱하면,
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}$
따라서 두 직선의 교점의 좌표는 (8, 7)이다.
$\therefore\ p + q = 8 + 7 = 15$

24. [ ] 로그의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문항이다.

$\log 1 + \log\frac{2}{3} + \log\frac{3}{4} + \cdots + \log\frac{n}{n+1} = -2$

$\log\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\cdots\times\frac{n}{n+1}\right) = -2$

$\log\frac{1}{n+1} = -2$

$\frac{1}{n+1} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$

$n+1 = 100$

$\therefore n = 99$

26. [출제의도] 넓이에 관한 수학적 기초 능력을 측정하는 문항이다.

삼각형의 넓이는 변의 길이의 비의 제곱에 비례하므로 넓이가 36배가 되기 위해서는 변의 길이는 6배가 되어야 한다.

$\therefore\ 2\cdot 6 = 12$

즉, 한 변에 12개의 성냥개비가 있어야 하므로 10개가 추가되어야 한다.

$\therefore\ n = 10$

29. [출제의도] 로그의 성질과 부정방정식에 관한 문제 해결 능력을 측정한다.

$a = 3^m,\ b = 3^n$에서

$\log_3 a = m,\ \log_3 b = n$

$\log_3\frac{b}{a} = \log_3 b - \log_3 a = n - m$

이므로 주어진 조건식에 대입하면

$n - m = \frac{n}{m},\ mn - m^2 = n$

$\therefore\ n = \frac{m^2}{m-1} = m + 1 + \frac{1}{m-1}$

이 때, $m,\ n$이 양의 정수이므로 $m-1 = 1$이다.

따라서 $m = 2,\ n = 4$

$a = 3^2,\ b = 3^4$

$\therefore a + b = 9 + 81 = 90$

30. [출제의도] 실생활과 관련된 부등식 문제의 해결 능력을 측정한다.

가로의 길이를 $x(m)$, 세로의 길이를 $y(m)$라 하면,

총비용 $= x + \frac{1}{2}x + 2y$

$= \frac{3}{2}x + 2y$

$\geq 2\sqrt{\frac{3}{2}x\cdot 2y}$

$= 2\sqrt{3xy}$

$= 2\sqrt{900}$

$= 60$(만원)

따라서, 주영이가 지불해야 할 최소 비용은 60만원이다.