• 2교시 수리 영역 •

"가형" 정답

1	③	2	⑤	3	①	4	③	5	④
6	⑤	7	②	8	②	9	④	10	⑤
11	②	12	⑤	13	①	14	④	15	③
16	①	17	③	18	14	19	8	20	668
21	4	22	65	23	40	24	41	25	35

해 설

1. [ ] 로그의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a=\log_2 3$에서 $2^a=3$ ∴ $4^a=(2^a)^2=3^2=9$

2. [출제의도] 접선의 기울기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=(x^2-1)(2x+1)$ 에서

$f'(x)=2x(2x+1)+2(x^2-1)$ 이므로

$f'(1)=2\times3=6$

3. [출제의도] 행렬의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A^2+AB=A(A+B)=AE=A=\begin{pmatrix}3&1\\2&4\end{pmatrix}$

따라서 구하는 모든 성분의 합은 10이다.

4. [출제의도] 무한등비급수의 수렴조건을 알고 이를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}=\frac{a}{1-r}=-1$에서 $a=r-1$

$-1<r<1$이므로 $-2<a<0$

5. [출제의도] 절대값이 포함된 함수의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a>1$ 이므로 $x\to1$일 때, $|x-a|=-(x-a)$

$\lim_{x\to1}\frac{-(x-a)-(a-1)}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{-x+1}{x-1}=-1$

6. [출제의도] 로그함수의 그래프를 이해하고 이를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_2 2=1$, $\log_2 16=4$에서 C(0, 1), D(0, 4)이므로 점 P의 좌표는 $\left(0, \frac{4+2}{3}\right)$, 즉 (0, 2)이다.

따라서 점 E의 x좌표는 $\log_2 x=2$에서 $x=4$

7. [출제의도] 조건을 만족하는 수열의 일반항을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

다음과 같이 자연수를 나열하여 3의 배수와 5의 배수를 지우고 남는 수가 수열 $\{a_n\}$의 각 항이므로

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	⋯				

$a_{n+8}=a_n+15$ ∴ $a_{100}=a_4+15\times12=187$

8. [출제의도] 무리방정식의 실근의 개수와 그래프의 교점의 개수가 일치함을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

방정식 $a\sqrt{x}=x+b$의 실근의 개수는 두 함수 $y=a\sqrt{x}$와 $y=x+b$의 그래프의 교점의 개수와 같다.

ㄱ. $a<0$, $b>0$이면 곡선 $y=a\sqrt{x}$와 직선 $y=x+b$는 만나지 않으므로 주어진 방정식은 실근을 갖지 않는다. (참)

ㄴ. $a>0$, $b<0$이면 곡선 $y=a\sqrt{x}$와 직선 $y=x+b$는 한 점에서 만나므로 주어진 방정식은 한 개의 실근을 갖는다. (참)

ㄷ. (반례) $a=1, b=1$이면 두 그래프는 만나지 않는다.

9. [출제의도] 주어진 정의를 이해하여 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $3<\log_2 9<4$ 이므로 $f(2, 9)=3$ (거짓)

ㄴ. $f(a, b)=2$ 이면 $2\le\log_a b<3$

$\frac{1}{3}<\log_b a\le\frac{1}{2}$ ∴ $f(b, a)=0$ (참)

ㄷ. $f(a, b)=-2$ 이면 $-2\le\log_a b<-1$

$-1<\log_b a\le-\frac{1}{2}$ ∴ $f(b, a)=-1$ ( )

10. [출제의도] 주어진 조건을 이해하여 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A_1=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $A_2=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\4&3\end{pmatrix}$

$A_3=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4&-3\\-2&-1\end{pmatrix}$

$A_4=\begin{pmatrix}-4&-3\\-2&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3&-4\\-1&-2\end{pmatrix}$

$A_5=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3&-4\\-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}=A_1$

따라서 $A_6=A_2$, $A_7=A_3$, ⋯ , $A_{n+4}=A_n$

∴ $A_{2005}=A_{4\times501+1}=A_1=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$

그러므로 A_{2005}의 (2,1) 성분은 3이다.

11. [출제의도] 중간값의 정리를 이용하여 주어진 명제를 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

x만큼 짧아진 삼각형의 세 변의 길이는

$a-x$, $b-x$, $c-x$이므로

$(a-x)+(b-x)>c-x$ ∴ $0<x<a+b-c$

$f(0)=a^2+b^2-c^2>0$

$f(a+b-c)=(c-b)^2+(c-a)^2-(a+b-2c)^2$

$=-2(c-a)(c-b)<0$

$y=f(x)$ 는 연속함수이므로 중간값의 정리에 의해 $f(x)=0$ 이 되는 x가 $0<x<a+b-c$인 범위에 존재하므로 직각삼각형을 만드는 것이 가능하다.

12. [출제의도] 수학적귀납법을 이용하여 부등식을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$n=k$($k\ge6$)일 때 성립한다고 가정하면

$\left(\frac{k+1}{2}\right)^{k+1}=\frac{k+1}{2^{k+1}}\cdot\frac{(k+1)^k}{k^k}\cdot k^k$

$=\frac{k+1}{2}\cdot\left(1+\frac{1}{k}\right)^k\cdot\left(\frac{k}{2}\right)^k$

그런데 $\left(1+\frac{1}{k}\right)^k>2$이고 $\left(\frac{k}{2}\right)^k>k!$이므로

$\left(\frac{k+1}{2}\right)^{k+1}>\frac{k+1}{2}\cdot2\cdot k!=(k+1)!$

13. [출제의도] 최소값을 구하기 위해 미분법을 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x^2+3y^2=9$ 에서 $y^2=\frac{1}{3}(9-x^2)$ ⋯ ㉠

$y^2\ge0$이므로 $-3\le x\le3$ ⋯ ㉡

주어진 식에 ㉠을 대입한 식을 $f(x)$라 하면

$f(x)=x(x+y^2)=-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x$

$f'(x)=-x^2+2x+3=-(x+1)(x-3)$

㉡의 범위에서 $f(x)$의 증감표를 만들면

x	−3	⋯	−1	⋯	3
$f'(x)$		−	0	+	0
$f(x)$	9	↘	$-\frac{5}{3}$	↗	9

따라서 주어진 식의 최소값은 $-\frac{5}{3}$이다.

14. [출제의도] 극한으로 표현된 함수의 연속성을 조사할 수 있는가를 묻는 문제이다.

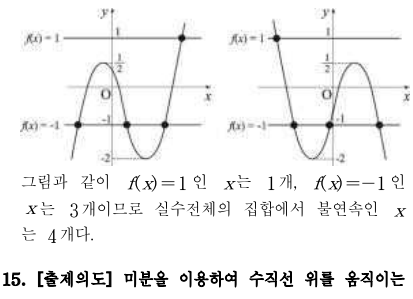
(ⅰ) $|f(x)|<1$ 일 때 $g(x)=1$

(ⅱ) $|f(x)|=1$ 일 때 $g(x)=\frac{1}{2}$

(ⅲ) $|f(x)|>1$ 일 때 $g(x)=0$

따라서 함수 $y=g(x)$ 는

$f(x)=1$ 또는 $f(x)=-1$ 일 때 불연속이다.



그림과 같이 $f(x)=1$ 인 x는 1개, $f(x)=-1$ 인 x는 3개이므로 실수전체의 집합에서 불연속인 x는 4개다.

15. [출제의도] 미분을 이용하여 수직선 위를 움직이는 점들의 운동방향을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{dx_1}{dt}=6t^2-18t=6t(t-3)$

따라서 P는 $t=3$일 때 운동방향을 바꾸므로

$a=1$

마찬가지로 $\frac{dx_2}{dt}=2t+8$ 이므로 $b=0$

t분 후의 M의 좌표를 $f(t)$라 하면

$f(t)=t^3-4t^2+4t$

$f'(t)=3t^2-8t+4=(3t-2)(t-2)$

∴ $c=2$

∴ $a+b+c=3$

16. [출제의도] 등차수열을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

가장 안쪽의 정육각형 모양의 토지의 넓이를 a로 놓으면 인접한 흰 부분의 넓이는 $3a$이다.

또 인접한 어두운 부분의 넓이는 $5a$이고, 이에 인접한 흰 부분의 넓이는 $7a$이다.

그러므로 어두운 부분의 넓이의 합은

$a+5a+9a+\cdots+41a=\frac{11(a+41a)}{2}=231a$

흰 부분의 넓이의 합은

$3a+7a+11a+\cdots+39a=\frac{10(3a+39a)}{2}=210a$

그런데 어두운 부분의 넓이의 합이 231이므로

구하는 부분의 넓이의 합은 210이다.

17. [출제의도] 무한등비급수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

2015년 초 원리합계는 $10^8\times(1+0.05)^{10}$ (원)

매년 A원 씩 연금을 받는다고 할 때, 2015년을 기준으로 했을 때의 가치는 각각

A, $\frac{A}{1+0.05}$, $\frac{A}{(1+0.05)^2}$, ⋯

이다. 따라서 $\frac{A}{1-\frac{1}{1.05}}=10^8\times1.05^{10}$에서

$A=10^8\times1.05^{10}\times\frac{0.05}{1.05}=10^8\times1.05^9\times0.05$

$=7,750,000$

18. [출제의도] 등차중항과 등비중항을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

세 수 1, x, 5는 순서대로 등차수열을 이루므로

$2x=1+5=6$에서 $x=3$

세 수 1, y, 5는 순서대로 등비수열을 이루므로

$y^2=5$ ∴ $x^2+y^2=9+5=14$

19. [출제의도] 분수부등식을 만족하는 자연수 x의 개수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 식의 양변에 $(x-a)^2(x-13)^2$을 곱하면

$(x-21)(x-a)(x-13)\le0$, $x\ne a$, $x\ne13$

(ⅰ) $a\le13$인 경우

$x<a$, $13<x\le21$이므로 $a\le1$일 때

$f(a)$는 최소가 되며 그 값은 $21-13=8$이다.

(ⅱ) $13<a\le21$인 경우

$x<13$, $a<x\le21$이므로 $a=21$일 때

$f(a)$는 최소가 되며 그 값은 12이다.

(ⅲ) $a>21$인 경우

$x<13$, $21\le x<a$이므로 $21<a\le22$일 때

$f(a)$는 최소가 되며 그 값은 $12+1=13$이다.

(ⅰ)~(ⅲ)에서 $f(a)$의 최소값은 8이다.

20. [출제의도] 표준정규분포표를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

모집단이 정규분포 $N(150, 12^2)$을 따르고, 표본의 크기가 9이므로 $E(\overline{X})=150$, $V(\overline{X})=\frac{12^2}{9}=16$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 $N(150, 4^2)$을 따른다.

$P(\overline{X}\le144)=P\left(Z\le\frac{144-150}{4}\right)=P(Z\le-1.5)$

$=0.5-P(0\le Z\le1.5)=0.5-0.4332=0.0668$

∴ $k=668$

21. [출제의도] 행렬의 거듭제곱을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A^2=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$

$A^3=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3\\0&1\end{pmatrix}$

$\vdots$

$A^{10}=\begin{pmatrix}1&10\\0&1\end{pmatrix}$

$(A^{-1})^{10}=(A^{10})^{-1}=\begin{pmatrix}1&-10\\0&1\end{pmatrix}$

$\therefore\ A^{10}+(A^{-1})^{10}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 4이다.

22. [ ] 로그를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$25=20+(120-20)10^{-0.02t}$에서 $\frac{1}{20}=10^{-0.02t}$

양변에 상용로그를 취하면

$-(1+\log 2)=-0.02t \quad \therefore\ t=\frac{1.3}{0.02}=65$

23. [출제의도] 무리방정식을 이용하여 실생활문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

정문에서 P지점까지의 거리를 xm라 하면

$\frac{x}{1}+\frac{\sqrt{(100-x)^2+80^2}}{2}=90$

$2x+\sqrt{(100-x)^2+80^2}=180$

$\sqrt{(100-x)^2+80^2}=180-2x \cdots$ ㉠

양변을 제곱하여 정리하면

$3x^2-520x+16000=0,\ (x-40)(3x-400)=0$

그런데 ㉠에서 $180-2x\geq 0$이므로 $x\leq 90$

$\therefore\ x=40$ (m)

24. [출제의도] 독립시행의 확률을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

오른쪽으로 이동(→)할 확률은 $\frac{1}{2}$, 왼쪽으로 이동(←)할 확률은 $\frac{1}{3}$, 위로 이동(↑)할 확률은 $\frac{1}{6}$이고, →3번, ←1번, ↑1번 이동해야 하므로

$\frac{5!}{3!}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{36} \quad \therefore\ p+q=41$

25. [출제의도] 같은 것이 있는 순열의 수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

우리나라 대표팀이 득점한 상황을 S, 실점한 상황을 F라 하면 5 : 3의 상황은 5개의 S와 3개의 F로 나타난다.

이때, 철수는 1 : 0으로 우리나라 국가대표팀이 승리하는 상황까지 알고 있으므로 점수가 변해가는 상황은 일곱 개의 문자 $SSSSFFF$를 일렬로 나열하는 방법의 수와 같다.

$\therefore\ \frac{7!}{4!3!}=35$

미분과 적분

26	④	27	③	28	①	29	②	30	23

26. [출제의도] 합성함수의 극한값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(g(x))=2\sin x,\quad g(f(x))=\sin 2x$이므로

(준식) $=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin x}{\sin 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\times\lim_{x\to 0}\frac{2x}{\sin 2x}$

$=1\times 1=1$

27. [출제의도] 조건에 맞는 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P의 좌표를 P $(x,\ \ln(1+10x))$ 라 하면

$\tan\theta=\frac{\ln(1+10x)}{x}$

이때, P$\to$O 이면 $x\to 0$이므로

$\lim_{P\to O}\tan\theta=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+10x)}{x}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+10x)}{10x}\times 10=10$

28. [출제의도] 삼각방정식이 실근을 갖기 위한 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\cos 2x-\sin x=a(\sin x+1)$ 에서

$\cos 2x=1-2\sin^2 x$ 이므로 주어진 방정식은

$1-2\sin^2 x-\sin x=a(\sin x+1)$

$2\sin^2 x+\sin x-1=-a(\sin x+1)$

$(2\sin x-1)(\sin x+1)=-a(\sin x+1)$

$0<x<\pi$ 이면 $0<\sin x\leq 1$ 이므로

$2\sin x-1=-a$

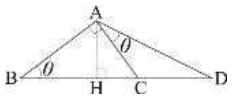
그런데 $-1<2\sin x-1\leq 1$ 이므로

$-1<-a\leq 1 \quad \therefore\ -1\leq a<1$

29. [출제의도] 삼각함수의 여러 가지 공식을 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\overline{AC}=\overline{BC}\sin\theta=4\sin\theta$ 이고

점 A에서 밑변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle CAH=\theta$이므로 $\overline{AD}\cos 2\theta=\overline{AH}$,

$\overline{AH}=\overline{AC}\cos\theta=4\sin\theta\cos\theta=2\sin 2\theta$

$\therefore\ \overline{AD}=\frac{2\sin 2\theta}{\cos 2\theta}=2\tan 2\theta$

30. [출제의도] 삼각함수의 이배각공식을 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4},\quad 2\sin\theta\cos\theta=\frac{3}{4}$에서

$\sin 2\theta=\frac{3}{4}$ 이므로

$\cos^2 2\theta=1-\sin^2 2\theta=1-\frac{9}{16}=\frac{7}{16}$

$\therefore\ a+b=23$

확률과 통계

26	②	27	①	28	⑤	29	④	30	23

26. [출제의도] 줄기와 잎 그림을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. 을의 홈런 개수는 22, 25, 34, 35, 41, 41, 46, 46, 46, 47, 49, 54, 54, 59, 60이므로 15년 동안 선수생활을 하였다. (거짓)

ㄴ. 갑의 중앙값은 $\frac{23+26}{2}=24.5$이다. (거짓)

ㄷ. 을의 최빈값은 46이다. (참)

27. [출제의도] 가중평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A대학의 가중평균은

$\frac{0.3\times 125+0.2\times 130+0.5\times 100}{0.3+0.2+0.5}=113.5$

B대학의 가중평균은

$\frac{0.4\times 125+0.1\times 130+0.5\times 100}{0.4+0.1+0.5}=113$

C대학의 가중평균은

$\frac{0.2\times 125+0.2\times 130+0.6\times 100}{0.2+0.2+0.6}=111$

따라서 가중평균이 높은 대학부터 순서대로 나열하면 A, B, C이다.

28. [출제의도] 수열의 점화식을 확률에 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(n+1)$회의 시행 후에 점 A에 있을 확률 p_{n+1}은 n회의 시행 후의 결과에 따라 다음 세 가지 경우로 나눈다.

(ⅰ) A→A일 확률은

6의 눈이 나오는 경우이므로 $\frac{1}{6}$

(ⅱ) B→A일 확률은

2의 눈이 나오는 경우이므로 $\frac{1}{6}$

(ⅲ) C→A일 확률은

1,3,4,5의 눈이 나오는 경우이므로 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\therefore\ p_{n+1}=\frac{1}{6}p_n+\frac{1}{6}q_n+\frac{2}{3}r_n \quad \therefore\ abc=\frac{1}{54}$

29. [출제의도] 조건에 맞는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

조건을 만족하는 정수의 개수는 ${}_8C_2=\frac{8\times 7}{2}=28$

이 중 i 번째 ($i=0, 1, \cdots, 7$)에 1이 나타나는 정수의 개수는 7이므로 이러한 정수의 총합은

$7\sum_{i=0}^{7}2^i=7(2^8-1)$

따라서 구하는 평균은 $\frac{7(2^8-1)}{28}=\frac{255}{4}$

30. [출제의도] 조건에 맞는 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

10 장의 카드에서 임의로 3장의 카드를 뽑는 방법의 수는

${}_{10}C_3=\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}=120$ (가지)

이 때 중앙값이 7이 되는 경우는 한 장이 7의 카드, 다른 두 장은 1부터 6까지의 수에서 한 장, 8부터 10까지의 수에서 한 장을 꺼내는 경우이므로 구하는 확률은

$\frac{{}_6C_1\times{}_3C_1}{120}=\frac{3}{20} \quad \therefore\ p+q=23$

이 산 수 학

26	①	27	④	28	⑤	29	②	30	63

26. [출제의도] 집합의 분할의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

6명을 두 팀으로 나누는 경우의 수와 같다.

(6명을 두 팀으로 나누는 경우의 수)

=(5명을 두 팀으로 나누는 경우의 수)×2+(5명을 한 팀으로 나누는 경우의 수)

(5명을 두 팀으로 나누는 경우의 수)

=(4명을 두 팀으로 나누는 경우의 수)×2+(4명을 한 팀으로 나누는 경우의 수)

$=7\times 2+1=15$

이므로 $15\times 2+1=31$이다.

<다른풀이>

${}_6C_1+{}_6C_2+{}_6C_3\times\frac{1}{2!}=6+15+10=31$

27. [출제의도] 경우의 수를 활용하여 실생활문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 개씩 꺼낸 횟수를 x 한 개씩 꺼낸 횟수를 y 라 하면 $2x+y=7$

(ⅰ) $x=3,\ y=1$일 때 $\frac{4!}{3!}=4$

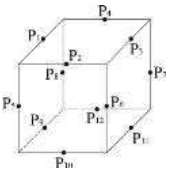
(ⅱ) $x=2,\ y=3$일 때 $\frac{5!}{3!2!}=10$

(ⅲ) $x=1,\ y=5$일 때 $\frac{6!}{5!}=6$

(ⅳ) $x=0,\ y=7$일 때 1

$\therefore$ 21가지

28. [출제의도] 비둘기집의 원리를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림과 같이 12개의 점을 각각 정육면체의 모서리의 중점에 잡으면

$d(P_k, P_j)\geq 1$이다.

여기에 또 한 점 Q를 잡으면 $d(P_k, Q)<1$인 점 P_k가 존재하므로 n의 최대값은 12이다.

29. [출제의도] 중복이 되는 조합의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

0부터 9999까지의 정수 중에서 각 자리의 숫자의 합이 8이 되는 정수의 개수는 8개의 공을 서로 다른 4개의 상자에 넣는 방법의 수와 같다.

따라서 4개의 서로 다른 것에서 중복을 허락하여 8개를 택하는 조합의 수이므로

${}_{4+8-1}C_8={}_{11}C_8=165$이다.

30. [출제의도] 중복순열을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

각각의 점은 튀어나오거나 그렇지 않은 2가지 경우이고 6개의 점으로 구성되므로 가능한 문자의 개수는 $2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2=2^6$이다.

그런데 모든 점이 튀어나오지 않는 경우는 제외되므로 구하는 문자의 개수는 $2^6-1=63$(개)이다.

“나형” 정답

1	③	2	④	3	①	4	③	5	⑤
6	⑤	7	②	8	④	9	④	10	⑤
11	①	12	⑤	13	①	14	②	15	②
16	①	17	③	18	14	19	33	20	60
21	4	22	65	23	183	24	15	25	35
26	②	27	④	28	⑤	29	③	30	10

해 설

1. ‘ ’형과 같음.

2. [출제의도] 수열의 극한값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(주어진 식) = $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{4-\frac{1}{n}}+\sqrt{4+\frac{1}{n}}}{1}=4$

3~4. ‘가’형과 같음.

5. [출제의도] 경우의 수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(a+b+c)(p+q+r)$의 전개식의 항의 개수는
$3\times3=9$
$(a+b)(s+t)$의 전개식의 항의 개수는
$2\times2=4$
따라서 구하는 항의 개수는 $9+4=13$이다.

6~7. ‘가’형과 같음.

8. [출제의도] 행렬을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\begin{cases}x+y=10\\10x+12y=114\end{cases}$ 에서 $\begin{cases}x+y=10\\5x+6y=57\end{cases}$
이 식을 행렬로 나타내면
$\begin{pmatrix}1&1\\5&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\57\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\5&6\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}10\\57\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-1\\-5&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}10\\57\end{pmatrix}$
$\therefore\ a+b=-1+(-5)=-6$

9~10. ‘가’형과 같음.

11. [출제의도] 지수의 성질을 이용하여 대소관계를 알아낼 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sqrt{2}^{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}^{\sqrt{2}}-\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}^{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}^{\sqrt{2}}(\sqrt{2}^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\sqrt{3}^{\sqrt{3}-\sqrt{2}})<0$
$\therefore\ \sqrt{2}^{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3}^{\sqrt{2}}<\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3}^{\sqrt{3}}$
따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은 순서대로
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $<$ 이다.

12. ‘가’형과 같음.

13. [출제의도] 상용로그의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\log A=n+\alpha$ (n은 정수, $0\le\alpha<1$)라 놓으면
ㄱ. $\log 10A=1+\log A=(1+n)+\alpha$이므로
$\log 10A$의 가수는 α이다. (참)
ㄴ. $\log A^{10}=10\log A=10n+10\alpha$이므로
$\log A^{10}$의 가수는 항상 α라 할 수 없다. (거짓)
ㄷ. $\log\dfrac{10}{A}=1-\log A=-n+(1-\alpha)$이므로
$\log\dfrac{10}{A}$의 가수는 항상 α라 할 수 없다. (거짓)

14. [출제의도] 무한 수열의 극한과 무한급수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. (반례) $a_n=\dfrac{1}{n}$, $b_n=-\dfrac{1}{n}$ 이면
임의의 자연수 n에 대하여 $a_n>b_n$이지만
$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}b_n=0$
ㄴ. $\alpha-\beta=\sum_{n=1}^{\infty}a_n-\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)$
$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)>0$
($\because$ 임의의 자연수 k에 대하여 $a_k>b_k$)
$\therefore\ \alpha>\beta$ (참)
ㄷ. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 의 합이 각각 존재하므로 $\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}b_n=0$ (거짓)

15. [출제의도] 지수부등식이 성립하기 위한 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$2^{\frac{x}{2}}=t$ ($t>0$)로 치환하면
$2^{x+1}=2^x\cdot2=\left(2^{\frac{x}{2}}\right)^2\cdot2=2t^2$,
$2^{\frac{x+4}{2}}=2^{\frac{x}{2}}\cdot2^2=4t$ 이므로
주어진 부등식은
$2t^2-4t+a=2(t-1)^2+a-2\ge0$ …㉠
여기서 $t>0$일 때 이차부등식 ㉠이 항상 성립하기 위해서는 $a-2\ge0$ 이어야 한다.
$\therefore\ a\ge2$
따라서 구하는 실수 a의 최소값은 2이다.

16~18. ‘가’형과 같음.

19. [출제의도] 역행렬의 존재 조건을 알고 이를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$D=2a-b\ne0$ $\therefore\ b\ne2a$
$\therefore\ (a,b)\ne(1,2),(2,4),(3,6)$
그러므로 역행렬 P^{-1}가 존재하도록 하는 순서쌍 (a,b)의 개수는 $36-3=33$ (가지)이다.

20. [출제의도] 주어진 조건을 만족하는 조합의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

${}_9C_3-{}_6C_3-{}_4C_3=60$

21~22. ‘가’형과 같음.

23. [출제의도] 수열의 일반항을 이해하고 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a_4=b_2=9$, $a_7=b_4=15$, $a_{10}=b_6=21$,
$a_{13}=b_8=27$, $a_{16}=b_{10}=33$, … 이므로
수열 $\{c_n\}$은 첫째항이 9, 공차가 6인 등차수열이다.
$\therefore\ c_{30}=9+6\cdot29=183$

24. [출제의도] 수열의 극한의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\lim_{n\to\infty}\left\{\dfrac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)}-2a_n\right\}$
$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)}-\lim_{n\to\infty}2a_n$
그런데 $\lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\lim_{n\to\infty}a_n$이므로
$\alpha=\dfrac{3}{2}-2\alpha$에서 $\alpha=\dfrac{1}{2}$ $\therefore\ 30\alpha=15$
<다른풀이>
$a_1=2$, $a_2=1=\dfrac{3}{3}$, $a_3=\dfrac{4}{5}$, $a_4=\dfrac{5}{7}$, …
이므로 $a_n=\dfrac{n+1}{2n-1}$ 임을 알 수 있다.
따라서 $\alpha=\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{2n-1}=\dfrac{1}{2}$ 에서
$30\alpha=15$ 이다.

25. ‘가’형과 같음.

26. [출제의도] 이항정리의 일반항을 알고 이를 이용하여 항의 계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

전개식의 일반항은
${}_7C_r(2x^2)^{7-r}\left(\dfrac{1}{x}\right)^r={}_7C_r\cdot2^{7-r}\cdot x^{14-3r}$
이때, $14-3r=5$에서 $r=3$이므로
x^5의 계수는 $16\times{}_7C_3$이다.

27. [출제의도] 수열의 일반항과 합 사이의 관계를 이해하고 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sum_{k=1}^{n}a_k=S_n=2n^2$이므로
$a_n=S_n-S_{n-1}=2n^2-2(n-1)^2=4n-2$ ($n\ge2$)
이때, $a_1=2=S_1$이므로 $a_n=4n-2$ ($n\ge1$)
$\therefore\ \sum_{k=1}^{10}a_{2k}=\sum_{k=1}^{10}(8k-2)$
$=8\times\dfrac{10(10+1)}{2}-2\times10=420$

28. [출제의도] 주어진 정의를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $(A)'=\begin{pmatrix}a&c\\b&d\end{pmatrix}'=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=A$ (참)
ㄴ. $A+A'=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a&c\\b&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a&b+c\\b+c&2d\end{pmatrix}$
$(A+A)'=\begin{pmatrix}2a&b+c\\b+c&2d\end{pmatrix}=A+A'$ (참)
ㄷ. $(A^{-1})'=\left\{\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix}d&-c\\-b&a\end{pmatrix}\right\}'=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix}d&-c\\-b&a\end{pmatrix}$
$(A)^{-1}=\begin{pmatrix}a&c\\b&d\end{pmatrix}'=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix}d&-c\\-b&a\end{pmatrix}$
$\therefore\ (A^{-1})'=(A)^{-1}$ (참)

29. [출제의도] 무한등비급수의 합을 알고 이를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

정삼각형 $B_1B_2A_1$을 S_1, 정삼각형 $B_2B_3A_2$을 S_2라 하면 정삼각형 S_1의 한 변의 길이는 $\dfrac{1}{3}$이므로
S_1의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{36}$이다.
또, 정삼각형 S_1의 한 변의 길이의 2배가 정삼각형 S_2의 한 변의 길이의 3배와 일치하므로 S_1, S_2의 닮음비는 3 : 2 이고, S_1, S_2의 넓이의 비는 9 : 4 이다.
따라서 구하는 넓이는 첫째항이 $\dfrac{\sqrt{3}}{36}\times3$,
공비가 $\dfrac{4}{9}$인 무한등비급수의 합이므로
$\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{36}\times3}{1-\frac{4}{9}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{20}$

30. [출제의도] 로그함수의 역함수의 성질을 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 함수 $y=\log_4(x+p)+q$, $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+p)+q$의 그래프는 모두 점 $(4,1)$을 지나므로
$1=\log_4(4+p)+q$, $1=\log_{\frac{1}{2}}(4+p)+q$
$\log_4(4+p)=\log_{\frac{1}{2}}(4+p)$
$4+p=1$에서 $p=-3$, $q=1$
$\therefore\ p^2+q^2=10$