• 2교시 수리 영역 •

〔가 형〕

1	②	2	③	3	①	4	③	5	③
6	④	7	①	8	②	9	①	10	⑤
11	④	12	⑤	13	④	14	①	15	⑤
16	③	17	②	18	8	19	13	20	51
21	6	22	76	23	15	24	28	25	64

1. 〔출제의도〕 지수법칙을 이해하고 식의 값을 계산하기

$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} \times \sqrt[3]{27} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} \times 3 = 12$

답 ②

2. 〔출제의도〕 역행렬의 뜻을 알고 이를 이용하여 계산하기

$AX+BX=(A+B)X=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$이므로

$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} X=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$이 된다.

$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$이므로

$\therefore X=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 24 & 12 \end{pmatrix}$

답 ③

3. 〔출제의도〕 무리방정식의 뜻을 알고 이를 풀기

양변을 제곱하여 정리하면 $2x^2+7x+3=0$

$(x+3)(2x+1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $-\frac{1}{2}$

이 값은 주어진 방정식을 모두 만족시키므로 근이다.

따라서, 모든 근의 곱은 $\frac{3}{2}$이다.

답 ①

4. 〔출제의도〕 조건부확률의 뜻을 알고 이를 구하기

남학생을 뽑을 사건을 A, 희망한 학생을 뽑을 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{48}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{30}{100}$

$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{30}{48}=\frac{5}{8}$

답 ③

5. 〔출제의도〕 행렬의 곱셈의 성질을 알고 추론하기

ㄱ. 참. $(A-E)^2=(A-E)(A-E)$

$=A^2-AE-EA+E^2=A^2-2A+E$

ㄴ. 거짓. (반례) $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

ㄷ. 참. $A^2=AA=(AB)A=A(BA)=AB=A$

답 ③

6. 〔출제의도〕 정규분포의 뜻과 그 성질을 이해하기

확률변수 X를 표준화하면 $Z=\frac{X-n}{\frac{n}{2}}$에서

$X=n$이면 $Z=0$, $X=120$이면 $Z=1$이므로

$\frac{120-n}{\frac{n}{2}}=1 \quad \therefore n=80$

답 ④

7. 〔출제의도〕 연립일차방정식의 해의 조건과 행렬의 관계를 이해하기

$x=y=0$ 이외의 해를 가지려면 역행렬을 갖지 않아야 하므로 $2a(a-1)+2(b+1)^2=0$이다.

$\therefore a(a-1)+(b+1)^2=0$

이것을 $a^2+(b+1)^2=1$과 연립하면

$a=1$, $b=-1$이다.

$\therefore$ (가) $a(a-1)+(b+1)^2=0$, (나) 0

답 ①

8. 〔출제의도〕 무한등비급수의 합을 구하기

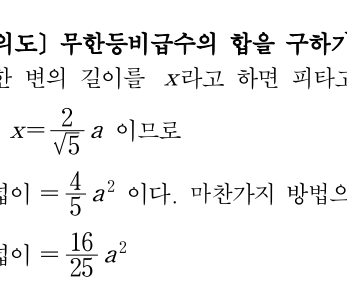
$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{4^n}=\frac{0}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{2}{4^3}+\frac{0}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{2}{4^6}+\cdots$

$=\left(\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^5}+\frac{1}{4^8}+\cdots\right)+\left(\frac{2}{4^3}+\frac{2}{4^6}+\frac{2}{4^9}+\cdots\right)$

$=\frac{\frac{1}{4^2}}{1-\frac{1}{4^3}}+\frac{\frac{2}{4^3}}{1-\frac{1}{4^3}}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{63}{64}}+\frac{\frac{2}{64}}{\frac{63}{64}}=\frac{2}{21}$

답 ②

9. 〔출제의도〕 로그함수의 그래프를 그려보고, 그 성질을 이해하기



ㄱ. 참. 원점과 $(x, \log_2 x)$를 지나는 직선의 기울기이므로 그림과 같이 두 점을 지나는 직선의 기울기는 항상 1보다 작다.

ㄴ. 거짓. (반례) $x=\frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{\log_2\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1}=2>1$

ㄷ. 거짓. (반례) $x=1$일 때 $\frac{\log_2(1+1)}{1}=1$

답 ①

10. 〔출제의도〕 여러 가지 함수의 극한값을 구하기

ㄱ. $x\to 1-0$일 때, $0<x<1$이므로 $[x]=0$

$\lim_{x\to 1-0} f(x)=\lim_{x\to 1-0}\frac{(-1)^0}{x}=1$

ㄴ. $x\to -1+0$일 때, $-1<x<0$이므로 $[x]=-1$

$\lim_{x\to -1+0} f(x)=\lim_{x\to -1+0}\frac{(-1)^{(-1)}}{x}$

$=\lim_{x\to -1+0}\frac{-1}{x}=1$

ㄷ. $x\to 2-0$일 때, $1<x<2$이므로 $[x]=1$

$\lim_{x\to 2-0} f(x)=\lim_{x\to 2-0}\frac{-1}{x}=-\frac{1}{2}$

답 ⑤

11. 〔출제의도〕 무한등비급수의 합을 구하기

A_1의 한 변의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의해 $x=\frac{2}{\sqrt{5}}a$ 이므로

A_1의 넓이 $=\frac{4}{5}a^2$ 이다. 마찬가지 방법으로

A_2의 넓이 $=\frac{16}{25}a^2$

$\vdots$

A_n의 넓이 $=\left(\frac{4}{5}\right)^n a^2$

따라서, 넓이의 합은 $\frac{\frac{4}{5}a^2}{1-\frac{4}{5}}=4a^2$이다.

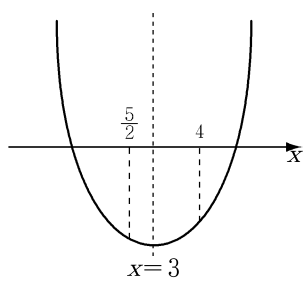
답 ④

12. 〔출제의도〕 분수부등식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결하기

$\frac{x-1}{4-x}>1$을 풀면 $\frac{5}{2}<x<4$이므로

$x^2-6x+k<0$을 항상 만족시키는 k의 값의 범위를 구한다.

$f(x)=x^2-6x+k$로 놓을 때, $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같은 위치에 있어야 한다.



$f(4)=k-8\leqq 0$이어야 하므로 최대값은 8이다.

답 ⑤

13. 〔출제의도〕 등비수열의 뜻을 알고 일반항과 공비를 구하기

$\overline{EC}=a$라고 하면

$\triangle GEC$의 넓이 $=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\triangle AGH$의 넓이 $=\frac{1}{2}a(4-a)\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}a(4-a)$

$\triangle DEF$의 넓이 $=\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$

$\frac{\sqrt{3}}{4}a(4-a)=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2r$ ……㉠

$\frac{\sqrt{3}}{4}r^2=\frac{\sqrt{3}}{4}ar(4-a)$ ……㉡

㉠에서 $4-a=ar$, ㉡에서 $r=a(4-a)$

따라서 $r=a^2r$이다. $\therefore a=1$, $r=3$

답 ④

14. 〔출제의도〕 지수함수와 로그함수의 그래프의 성질을 이해하기

조건을 만족하는 두 함수는 $y=10^{x-k}$, $y=\log_{10}x+k$이다.

또한 두 함수는 서로 역함수이고 두 함수의 그래프가 만나는 교점은 $y=x$와 $y=\log_{10}x+k$의 그래프와의 교점과 같고 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{2}$이다.

만나는 두 점을 $\mathrm{P}(\alpha,\alpha)$, $\mathrm{Q}(\beta,\beta)$(단, $\alpha<\beta$)라 하면 $\sqrt{(\beta-\alpha)^2+(\beta-\alpha)^2}=\sqrt{2}(\beta-\alpha)=\sqrt{2}$

$\therefore \beta-\alpha=1$ …㉠

한편, $\begin{cases}\alpha=\log_{10}\alpha+k & \cdots㉡\\ \beta=\log_{10}\beta+k & \cdots㉢\end{cases}$ 에서 ㉢−㉡하면

$\beta-\alpha=\log_{10}\beta-\log_{10}\alpha$에서 $\therefore \frac{\beta}{\alpha}=10$ …㉣

㉠과 ㉣를 연립하면 $\alpha=\frac{1}{9}$, $\beta=\frac{10}{9}$이므로

㉡에서 $\frac{1}{9}=\log_{10}\frac{1}{9}+k \quad \therefore k=\frac{1}{9}+2\log_{10}3$

답 ①

15. 〔출제의도〕 수학적귀납법의 원리를 이해하기

(가) $\frac{k+1}{k+2}$, (나) 2

답 ⑤

16. 〔출제의도〕 로그함수의 그래프 성질을 이해하여 문제를 해결하기

$x+1<3\log_2 x \Leftrightarrow 2^{x+1}<x^3$이고 이를 만족하는 x의 범위는 그래프에서 $2<x<8$이다.

한편, 구하는 부등식은 $y=2^{x+1}$, $y=x^3$을 각각 x축 방향으로 -1만큼 평행이동한 결과이므로

$2^{x+2}<(x+1)^3$를 만족시키는 x의 범위는

$1<x<7$이다.

$\therefore \alpha+\beta=8$

답 ③

17. 〔출제의도〕 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기

현재 인구를 a라 하면, n년 후 두 도시의 인구는

A: $(1+0.02)^n a$, B: $(1-0.02)^n a$이다.

$(1+0.02)^n a\geqq 2(1-0.02)^n a$이므로

$1.02^n\geqq 2\times 0.98^n$, $\left(\frac{1.02}{0.98}\right)^n\geqq 2$

$\left(\frac{51}{49}\right)^n\geqq 2$이다. 양변에 상용로그를 취하면

$n(\log_{10}51-\log_{10}49)\geqq 0.3010$

$n\times 0.0174\geqq 0.3010$

$\therefore n\geqq\frac{0.3010}{0.0174}=17.29\cdots$

답 ②

18. 〔출제의도〕 이산확률변수의 기대값을 구하기

$E(X)=1\times\frac{4}{15}+2\times\frac{4}{15}+3\times\frac{7}{30}=\frac{45}{30}=\frac{3}{2}$이므로

$E(2X+5)=2E(X)+5=8$

답 8

19. 〔출제의도〕 경우의 수를 구하기

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로

13가지이다.

답 13

20. **〔출제의도〕 등차수열의 뜻을 이해하기**

6개의 수 a, b, c, d, e, f를 표와 같이 넣고, 등차중항을 이용하여 수를 구할 수 있다.

3	a	7
b	c	d
e	11	f

$\therefore a=5,\ b=6,\ c=8,\ d=10,\ e=9,\ f=13$

$\therefore a+b+c+d+e+f=51$

답 51

21. **〔출제의도〕 무한등비수열의 극한값을 구하기**

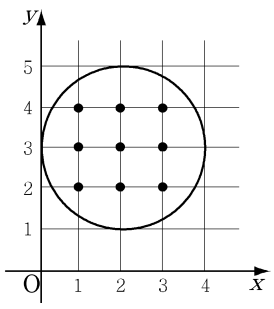
$$f(-3)=\lim_{n\to\infty}\frac{(-3)^n+3}{(-3)^n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+3\left(-\frac{1}{3}\right)^n}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}=1$$

마찬가지 방법으로 구하면 $f\left(\frac{1}{4}\right)=3$, $f(1)=2$

$\therefore f(-3)+f\left(\frac{1}{4}\right)+f(1)=6$

답 6

22. **〔출제의도〕 조합의 뜻을 알고 조합의 수를 구하기**



원의 내부에 있는 9개의 점 중에서 3개의 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수를 구한다.

$\therefore {}_9C_3-8=76$

답 76

23. **〔출제의도〕 연속함수의 성질을 이해하고 이를 활용하기**

$\lim_{x\to\infty}g(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^2}{x-1}=2$이므로

다항함수 $f(x)=x^2+2x+a$꼴이다.

함수 $g(x)$는 모든 실수에서 연속이므로

$\lim_{x\to1}g(x)=\lim_{x\to1}\frac{2x+a}{x-1}=k$이어야 한다.

$x\to1$일 때, (분모)$\to0$이고 극한값은 일정한 값이므로 (분자)$\to0$이어야 한다. $2\times1+a=0$ $\therefore a=-2$

$f(x)=x^2+2x-2$ 이고 $\lim_{x\to1}g(x)=\lim_{x\to1}\frac{2x-2}{x-1}=2$

$\therefore k=2$ $\therefore k+f(3)=2+13=15$

답 15

24. **〔출제의도〕 상용로그의 뜻을 알고 이를 활용하기**

$\log_{10}18-\log_{10}3=\log_{10}12-\log_{10}y$ …㉠

$\log_{10}x-\log_{10}18=\log_{10}20-\log_{10}12$…㉡

㉠에서 $\log_{10}y=\log_{10}\frac{12\times3}{18}=\log_{10}2$ $\therefore y=2$

㉡에서 $\log_{10}x=\log_{10}\frac{20\times18}{12}=\log_{10}30$

$\therefore x=30$ 그러므로 $x-y=28$이다.

답 28

25. **〔출제의도〕 조합의 뜻을 알고 조합의 수를 구하기**

$\{1,2,3\}\cap A=\{1,2\}$이므로 A는 1, 2는 포함하고 3은 포함하지 않아야 한다.

한편, $n(A)\geqq6$이어야 하므로 $\{4,5,6,\cdots,9,10\}$ 중 원소를 각각 4개, 5개, 6개, 7개를 선택하여 부분집합을 만든다.

위 조건을 만족하는 집합 A의 개수는

$\therefore {}_7C_4+{}_7C_5+{}_7C_6+{}_7C_7=2^6=64$

(참고)

${}_7C_0+{}_7C_1+{}_7C_2+\cdots+{}_7C_7=2^7$,

${}_7C_0+{}_7C_1+{}_7C_2+{}_7C_3={}_7C_4+{}_7C_5+{}_7C_6+{}_7C_7$

답 64

[미분과 적분]

26	④	27	②	28	⑤	29	③	30	14

26. **〔출제의도〕 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기**

$\sin\left(\frac{\pi}{3}\pm\theta\right)=\sin\frac{\pi}{3}\cos\theta\pm\cos\frac{\pi}{3}\sin\theta$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta\pm\frac{1}{2}\sin\theta$(복부호동순)이므로

준 식 $=\sin^2\theta+2\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\cos^2\theta+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\theta$

$=\frac{3}{2}\sin^2\theta+\frac{3}{2}\cos^2\theta=\frac{3}{2}$

답 ④

27. **〔출제의도〕 삼각함수의 합성을 이해하기**

$f(x)=5\sin(x+\alpha)$ (단, $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\sin\alpha=\frac{3}{5}$)이므로

$0\leqq x<2\pi$인 범위에서 $x+\alpha=\frac{\pi}{2}$ 일 때 최대이다.

한편, $\tan\theta=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$이고 $\cot\alpha=\frac{4}{3}$이므로 $3\tan\theta=3\cdot\frac{4}{3}=4$

답 ②

28. **〔출제의도〕 삼각함수의 반각의 공식을 이해하기**

$\tan\theta=-\sqrt{8}$이므로 $\cos\theta=-\frac{1}{3}$ $\left(\frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$

$\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1-\cos\theta}{2}=\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}{2}=\frac{2}{3}$

답 ⑤

29. **〔출제의도〕 간단한 삼각방정식을 풀기**

$4\sin x-\cos2x=4\sin x-(1-2\sin^2x)=k$

$\sin x=t$ $(-1\leqq t\leqq1)$라 하고 식을 정리하면

$2t^2+4t-1=k$ 이고 $-1\leqq t\leqq1$에서

$-3\leqq2t^2+4t-1\leqq5$이므로 $-3\leqq k\leqq5$이다.

$\therefore$ 정수의 개수는 9개

답 ③

30. **〔출제의도〕 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기**

$\angle EAD=\alpha$라 하면 $\tan\alpha=\frac{3}{4}$이고,

$\tan(\theta+\alpha)=\frac{\tan\theta+\tan\alpha}{1-\tan\theta\cdot\tan\alpha}=\frac{4}{3}$이므로

$\tan\theta+\frac{3}{4}=\frac{4}{3}-\tan\theta$, $\therefore\tan\theta=\frac{7}{24}$

$\therefore 48\tan\theta=14$

답 14

[확률과 통계]

26	③	27	⑤	28	④	29	②	30	7

1. **〔출제의도〕 자료의 분포와 특성을 파악하기**

도수의 총합이 35이므로 $a=7$, 상대도수의 합은 1이므로 $c=1$ 이다. $b=\frac{7}{35}$이므로

$a+10b+c=10$

답 ③

2. **〔출제의도〕 줄기와 잎 그림을 보고 자료의 분포와 특성을 파악하기**

최빈값은 33, 자료의 범위는 49(=52−3)이며 평균은 약 27.7이고 중앙값은 32이다.

답 ⑤

3. **〔출제의도〕 자료의 분포와 특성을 파악하기**

$e=80$이고 공비가 2인 등비수열이므로 $a=5$, $b=10$, $c=20$, $d=40$이다.

이를 이용하여 누적도수의 분포표를 작성하면 다음과 같다.

몸무게	도수	누적도수
55kg이상 ~ 60kg미만	5	5
60kg ~ 65kg	5	10
65kg ~ 70kg	10	20
70kg ~ 75kg	20	40
75kg ~ 80kg	40	80

답 ④

4. **〔출제의도〕 대표값으로서 평균을 구하기**

운전한 거리에 대한 자동차의 평균 속력을 x라 하면

$x=\frac{100\times3+60\times2+30\times1}{3+2+1}=75$㎞/시

답 ②

5. **〔출제의도〕 산포도로서 분산을 구하기**

A반 학생의 점수를 x_1, x_2, …, x_{30}이라 하고

B반 학생의 점수를 y_1, y_2, …, y_{30}이라 하면

전체평균을 m이라 하면

$m=\frac{30(18+16)}{60}=17$

A반의 분산은 $\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{30}^2}{30}-18^2=4$

B반의 분산은 $\frac{y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{30}^2}{30}-16^2=8$이므로

전체분산을 σ^2이라 하면

$\sigma^2=\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{30}^2+y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{30}^2}{60}-m^2$

$=\frac{(4+18^2)\times30+(8+16^2)\times30}{60}-17^2=7$

$\therefore$ 분산 $\sigma^2=7$

답 7

[이산수학]

26	⑤	27	④	28	②	29	③	30	105

1. **〔출제의도〕 곱의 법칙을 이해하고 경우의 수를 구하기**

(ⅰ) 집→학교→도서관→집 : $2\times2\times3=12$

(ⅱ) 집→도서관→학교→집 : $3\times2\times2=12$

$\therefore$ 24가지

답 ⑤

2. **〔출제의도〕 합의 법칙을 이해하고 경우의 수를 구하기**

눈의 수의 합이 짝수가 되는 경우는

(ⅰ) 1회 던진 눈: 홀수, 2회 던진 눈: 홀수

$\therefore 3\times3=9$

(ⅱ) 1회 던진 눈: 짝수, 2회 던진 눈: 짝수

$\therefore 3\times3=9$

(ⅰ)과 (ⅱ)를 모두 합하면 18가지이다.

답 ④

3. **〔출제의도〕 순열의 뜻을 알고 순열의 수를 구하기**

맨 앞자리에는 1이 오고, 맨 뒤에는 3이 오지 않도록 하려면 1□□□□□1, 1□□□□□2이고 빈칸에 나머지 수가 들어가면 된다.

(ⅰ) 1□□□□□1: 빈칸에 2, 2, 3, 3, 3이 오는 경우의 수이므로 $\frac{5!}{2!\times3!}=10$가지

(ⅱ) 1□□□□□2: 빈칸에 1, 2, 3, 3, 3이 오는 경우의 수이므로 $\frac{5!}{3!}=20$가지

(ⅰ)과 (ⅱ)에 의해 모두 30가지이다.

답 ②

4. **〔출제의도〕 비둘기집의 원리를 이용하여 문제를 해결하기**

ㄱ. 모든 정수는 $5k$, $5k+1$, $5k+2$, $5k+3$, $5k+4$ (단, k는 정수)중 어느 한 꼴이다.

5개의 수를 모두 다른 종류의 것이라고 가정하면 $5k_1$, $5k_2+1$, $5k_3+2$, $5k_4+3$, $5k_5+4$ (단, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5는 정수)이고 6번째 수는 5로 나눈 나머지가 그 중 하나가 되어 두 수의 차가 5의 배수가 되는 것이 반드시 존재한다. $\therefore$ 참

ㄴ.(반례) 6개의 자연수가 1, 6, 11, 16, 21, 26이면 두 수의 제곱의 합을 5로 나눈 나머지는 항상 2이다. $\therefore$ 거짓

ㄷ. ㄱ과 마찬가지 방법으로 증명할 수 있다. $\therefore$ 참

답 ③

5. 〔출제의도〕 유한집합을 서로소인 몇 개의 집합의 합집합으로 나타낼 수 있는 방법의 수를 구하기

$${}_7C_2\times{}_5C_2\times{}_3C_3\times\frac{1}{2!}=105$$

답 105

〔나 형〕

1	②	2	③	3	③	4	①	5	③
6	④	7	①	8	②	9	③	10	①
11	④	12	⑤	13	④	14	⑤	15	⑤
16	①	17	②	18	14	19	216	20	51
21	6	22	18	23	10	24	28	25	105
26	④	27	⑤	28	④	29	②	30	199

1. 수리'가'형 1번과 같음

2. 수리'가'형 2번과 같음

3. 〔출제의도〕 무한수열의 극한의 성질을 이해하고 극한값을 구하기

$(n^2-1)a_n=b_n$라 하면

$a_n=\frac{1}{n^2-1}b_n$이고 $\lim_{n\to\infty}b_n=2006$이다.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}n^2+1\right)a_n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}n^2+1\right)\cdot\frac{b_n}{n^2-1}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}n^2+1}{n^2-1}\cdot b_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}n^2+1}{n^2-1}\cdot\lim_{n\to\infty}b_n$$

$$=\frac{1}{2}\times2006=1003$$

답 ③

4. 〔출제의도〕 미지수가 2개인 연립일차방정식을 행렬로 나타내기

준식을 정리하면 $(x+y-27)+(x-2y-18)\sqrt{3}=0$

x와 y가 모두 유리수이므로 $x+y-27=0$이고,

$x-2y-18=0$이어야한다.

따라서 이 두 식은 연립방정식 $\begin{cases}x+y=27\\x-2y=18\end{cases}$으로 나타내어지므로 $x=24$, $y=3$이다.

$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m&1\\1&n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$에서

$24=9m+6\ \therefore m=2,\quad 3=9+6n\ \therefore n=-1$

따라서 $mn=-2$

답 ①

5. **수리'가'형 5번과 같음**

6. 〔출제의도〕 상용로그의 지표의 성질을 이해하고 이를 활용하기

$24\leqq\log_{10}x^8<25$이 므 로

$3\leqq\log_{10}x<\frac{25}{8}=3.125$

$15\leqq\log_{10}y^5<16$이므로 $3\leqq\log_{10}y<\frac{16}{5}=3.2$

$6\leqq\log_{10}x+\log_{10}y<6.325$

$\therefore$ xy는 7자리의 자연수

답 ④

7. 수리'가'형 7번과 같음

8. 수리'가'형 8번과 같음

9. 〔출제의도〕 지수법칙을 이해하고 식의 값을 계산하기

$2*\sqrt{2}=\sqrt{2}^2=2\ (\because\ 2>\sqrt{2})$이므로

준 식 $=2*2\sqrt{2}=2^{2\sqrt{2}}\ (\because\ 2<2\sqrt{2})$

답 ③

10. 〔출제의도〕 행렬의 뜻을 이해하기

$$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

답 ①

11. 수리'가'형 11번과 같음

12. 〔출제의도〕 무한수열의 극한의 성질을 이해하기

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}a_nb_n=\lim_{n\to\infty}a_n\cdot\lim_{n\to\infty}b_n=\alpha\cdot0=0$

ㄴ. $a_n-b_n=c_n$이라 놓으면 $b_n=a_n-c_n$이므로

$\lim_{n\to\infty}b_n=\lim_{n\to\infty}(a_n-c_n)=\lim_{n\to\infty}a_n-\lim_{n\to\infty}c_n=\alpha-0=\alpha$

ㄷ. $a_n-b_n=c_n$이라 놓으면 $b_n=a_n-c_n$이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a_n-c_n}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{c_n}{a_n}\right)=1$$

답 ⑤

13. **수리'가'형 13번과 같음**

14. 〔출제의도〕 무한급수의 수렴의 뜻을 이해하기

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n-\frac{2n^2}{2n^2+1}\right)$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}\left(a_n-\frac{2n^2}{2n^2+1}\right)=0$이다.

$\lim_{n\to\infty}\left(a_n-\frac{2n^2}{2n^2+1}\right)=0$에서 $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2}{2n^2+1}=1$이므로

$\lim_{n\to\infty}a_n=1$이다.

답 ⑤

15. 수리'가'형 15번과 같음

16. 〔출제의도〕 로그의 뜻과 그 성질을 이해하기

$xyz=3^{a+b+c}=1$

준 식 $=\log_x\frac{1}{x}+\log_y\frac{1}{y}+\log_z\frac{1}{z}=-3$

답 ①

17. 수리'가'형 17번과 같음

18. 〔출제의도〕 행렬의 덧셈, 뺄셈의 정의를 알고 그 연산을 하기

$$X=2A+3B=\begin{pmatrix}4&6\\-2&8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}9&3\\-3&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13&9\\-5&14\end{pmatrix}$$

$\therefore$ 2행 2열의 성분은 14이다.

답 14

19. 〔출제의도〕 $\sum$의 뜻과 성질을 이해하고 이를 활용하기

준 식

$$=\sum_{k=1}^{10}(k+1)^2-4-\sum_{k=1}^{10}(k-1)^2=-4+\sum_{k=1}^{10}4k$$

$$=-4+4\cdot55=216$$

답 216

20. 수리'가'형 20번과 같음

21. 수리'가'형 21번과 같음

22. 〔출제의도〕 역행렬을 이용하여 연립일차방정식에 관한 문제를 해결하기

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}t\\-t^2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&-3\\3&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}t\\-t^2\end{pmatrix}$

$\therefore\begin{cases}x=9t+3t^2\\y=3t-5t^2\end{cases}$ 이므로

$x+y=-2t^2+12t=-2(t-3)^2+18$ 이다.

따라서, 최대값은 18이다.

답 18

23. 〔출제의도〕 지수법칙을 이해하고 이를 활용하기

소금물의 농도를 a라고 하자.

갑과 을이 각각 5회, n회 시행했을 때 소금물의 농도가 같으므로 $a\left(\frac{1}{4}\right)^5=a\left(\frac{1}{2}\right)^n$이 된다.

$\left(\frac{1}{4}\right)^5=\left(\frac{1}{2}\right)^n\ \therefore n=10$

답 10

24. 수리'가'형 24번과 같음

25. 〔출제의도〕 여러 가지 수열에 관한 문제를 해결하기

주어진 점화식의 양변을 $a_na_{n+1}a_{n+2}$로 나누면

$\frac{1}{a_{n+2}}-\frac{2}{a_{n+1}}+\frac{1}{a_n}=0$이므로 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$은 공차가 $\frac{1}{2}$인 등차수열이다.

$$\sum_{k=1}^{20}\frac{1}{a_k}=\frac{20\cdot\left(2\cdot\frac{1}{2}+19\cdot\frac{1}{2}\right)}{2}=105$$

답 105

26. 〔출제의도〕 알고리즘과 순서도를 알고 문제를 해결하기

$S=\sum_{k=2}^{11}(k^2-k)=440$

답 ④

27. 〔출제의도〕 역행렬의 뜻을 알고 문제를 해결하기

역행렬이 존재하려면

$2k(2k+a-1)-b(k+1)(k-1)\neq0$

$(4-b)k^2+2(a-1)k+b\neq0$

(i) $b\neq4$일 때, $\frac{D}{4}=(a-1)^2-b(4-b)<0$

$(a-1)^2+b^2-4b<0$

$(a-1)^2+(b-2)^2<4$이므로 $a<b$를 만족시키는 $(a,\ b)$는 $(0,\ 1)$, $(0,\ 2)$, $(1,\ 2)$, $(0,\ 3)$, $(1,\ 3)$, $(2,\ 3)$이다.

(ii) $b=4$일 때, 임의의 실수 k에 대하여 $2(a-1)k+4\neq0$인 것은 $a=1$이다.

이 때 $(a,\ b)=(1,\ 4)$는 $a<b$를 만족한다.

(i),(ii)에 의해 $a<b$를 만족시키는 순서쌍의 개수는 7개이다.

답 ⑤

28. 〔출제의도〕 $\sum$의 뜻과 성질을 이해하고 이를 활용하기

준 식 $=\sum_{n=1}^{10}\frac{\alpha_n+\beta_n}{\alpha_n\cdot\beta_n}=\sum_{n=1}^{10}\frac{-4}{-(2n-1)(2n+1)}$

$$=4\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$=2\sum_{n=1}^{10}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=2\left(1-\frac{1}{21}\right)=\frac{40}{21}$$

답 ④

29. 〔출제의도〕 무한수열의 극한의 성질을 이해하여 이를 활용하기

$a_{n+1}=0.9a_n+0.2b_n$ …㉠

$b_{n+1}=0.1a_n+0.8b_n$ …㉡

㉠+㉡: $a_{n+1}+b_{n+1}=a_n+b_n=\cdots=a_1+b_1=10$ …㉢

㉠, ㉢에서 $a_{n+1}=0.7a_n+2$ …㉣

㉡, ㉢에서 $b_{n+1}=0.7b_n+1$ …㉤

㉣에서 $a_n=\frac{20}{3}-\frac{8}{3}\left(\frac{7}{10}\right)^{n-1}$이므로

$\therefore\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{20}{3}$

마찬가지로 ㉤에서 $\lim_{n\to\infty}b_n=\frac{10}{3}$이다.

$$\therefore\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=\frac{\lim_{n\to\infty}b_n}{\lim_{n\to\infty}a_n}=\frac{\frac{10}{3}}{\frac{20}{3}}=\frac{1}{2}$$

답 ②

30. 〔출제의도〕 여러 가지 수열에 관한 문제를 해결하기

19행까지의 항의 총 개수는 361개이므로 19행의 맨 오른쪽 수는 1이다. 따라서 20행의 첫항은 3이고, 항이 개수가 39개이므로

$(3+5+7+9+1)\times7+(3+5+7+9)$

$=175+24=199$

답 199