• 2 수리탐구 영역 •

수리'가'형 정답

1	②	2	⑤	3	⑤	4	①	5	④
6	②	7	⑤	8	②	9	①	10	⑤
11	③	12	④	13	④	14	①	15	②
16	⑤	17	③	18	17	19	48	20	13
21	25	22	63	23	32	24	118	25	520

[적분]

26	①	27	③	28	④	29	③	30	503

[확률과 통계]

26	①	27	③	28	③	29	④	30	64

[이산수학]

26	①	27	③	28	③	29	④	30	220

해 설

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 지수계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(\quad)^{\frac{1}{2}}\times 3^{-\frac{1}{3}}\times(2\times 3^2)^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}\times 3^{-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}=6$

2. [출제의도] 행렬의 곱셈과 덧셈을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A^2+3A=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6 & 9\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 6\\ 0 & 4\end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 8 이다.

3. [출제의도] 함수의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(g(5))=f\left(\frac{1}{3}\log_5 5\right)=f\left(\frac{1}{3}\right)=5^{3\times\frac{1}{3}}=5$

4. [출제의도] 극한의 의미와 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

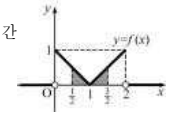
$x\to 2$ 일 때 (분모)$\to 0$ 이므로 (분자)$\to 0$ 에서

$4+6+a=0 \quad \therefore a=-10$

$\therefore b=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)(x-2)}{x-2}=7$

$\therefore a+b=-3$

5. [출제의도] 확률밀도함수를 이용하여 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.



구하는 확률은 음영이 들어간 부분의 넓이와 같다.

$\therefore P\left(\frac{1}{2}\le X\le\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{4}$

6. [출제의도] 미분계수의 의미를 알고, 이를 이용하여 극한값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f'(2)=3$ 이고, $\frac{1}{3n}=h$로 놓으면

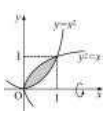
(준식) $=\frac{1}{6}\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{1}{6}f'(2)=\frac{1}{2}$

7. [출제의도] 회전체의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

구하는 회전체의 부피를 V라 하면

$V=\pi\int_0^1 x\,dx-\pi\int_0^1 x^4\,dx$

$=\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{5}\pi=\frac{3}{10}\pi$



8. [출제의도] 점과 평면 사이의 거리를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 A$(1,4,2)$는 직선 $\frac{x+1}{a}=\frac{y-2}{b}=\frac{z-1}{2}$위에 있으므로 $a=4,\ b=4$

따라서 점 A$(1,4,2)$와 평면 $4x+4y+2z+48=0$ 사이의 거리는

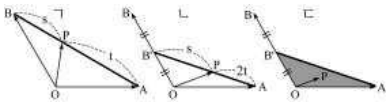
$\frac{|4\times 1+4\times 4+2\times 2+48|}{\sqrt{4^2+4^2+2^2}}=\frac{72}{6}=12$

9. [출제의도] 벡터의 합의 의미를 이해하고 이를 이용하여 도형의 모양을 유추할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\overrightarrow{OP}=(1-t)\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}\ (0\le t\le 1)$이므로 점 P가 그리는 도형은 선분 AB이다. $\therefore$ 참

ㄴ. $\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=s\overrightarrow{OA}+2t\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}\right)$이므로 점 P가 그리는 도형은 선분 AB′(이 때, $\overrightarrow{OB'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$)이고, 그 길이는 선분AB의 길이보다 작은 경우도 있다. $\therefore$ 거짓

ㄷ. 양수 s,t가 $s+2t\le 1$이면 점 P가 그리는 영역은 삼각형OAB′이므로 삼각형OAB에 포함된다. $\therefore$ 거짓



10. [출제의도] 합성함수의 그래프를 이용하여 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\lim_{x\to 1-0}f(x)=1$, $\lim_{x\to 1+0}f(x)=0$ 이므로 $\lim_{x\to 1}f(x)$의 값은 존재하지 않는다. $\therefore$ 거짓

ㄴ. $\lim_{x\to 1+0}f(f(x))=\lim_{h\to +0}f(h)=1$ $\therefore$ 참

ㄷ. $\lim_{x\to 1-0}f(f(x))=\lim_{x\to 1-0}f(1)=0$ $\therefore$ 참

11. [출제의도] 등비수열의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$, $B=\frac{ar^n(r^n-1)}{r-1}$, $C=\frac{ar^{2n}(r^n-1)}{r-1}$

이므로 A, B, C는 공비가 (가) r^n 인 등비수열이고

A, B, C를 $B^2=AC$에 대입하여 정리하면

$(q-p)^2=p(S_{3n}-q) \quad \therefore S_{3n}=$ (나) $\frac{p^2-pq+q^2}{p}$

12. [출제의도] 조합에 대한 여러 성질을 유도할 수 있는가를 묻는 문제이다.

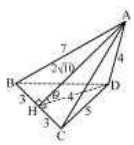
(가): ${}_{n-1}C_{r-1}$, (나): r, (다): $\frac{n}{r}$

13. [출제의도] 공간도형에서 이면각의 크기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

꼭지점 A, D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$,

$\overline{DH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$, $\triangle AHD$에서

$\cos\theta=\frac{4^2+(2\sqrt{10})^2-4^2}{2\times 4\times 2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$



14. [출제의도] 이항분포와 정규분포를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

예약하여 승선하는 사람의 수를 확률변수 X라 하면

X는 이항분포 B$\left(400,\frac{4}{5}\right)$를 따른다.

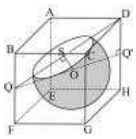
$\therefore E(X)=400\times\frac{4}{5}=320$, $V(X)=400\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=8^2$

이 때, X는 근사적으로 N$(320,8^2)$을 따른다.

$\therefore$ P$(X\le 340)=$P$\left(Z\le\frac{340-320}{8}\right)$

$=$P$(Z\le 2.5)$ 0.9938

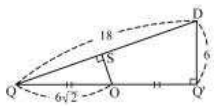
15. [출제의도] 공간도형에서 평면이 자르는 단면의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



내접구의 중심을O, 변DH의 중점을 Q′, 점O에서 선분DQ에 내린 수선의 발을 S라 하자.

$\triangle DQQ'\sim\triangle OQS$이고 $DQ'=6$, $\overline{DQ}=18$, $\overline{OQ}=6\sqrt{2}$ 이므로

$OS=6\sqrt{2}\times\frac{6}{18}=2\sqrt{2}$



구의 반지름의 길이가 6이므로 구를 평면DPQR로 자른 단면의 반지름의 길이를 r라 하면

$r^2=6^2-(2\sqrt{2})^2=28$

따라서 단면의 넓이는 28π이다.

16. [출제의도] 삼각형과 그에 내접하는 원들 사이에 성립하는 관계식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

한 원의 반지름의 길이를 r_n이라 하면

$2(n-1)r_n+2\sqrt{3}\,r_n=2 \quad \therefore r_n=\frac{1}{(n-1)+\sqrt{3}}$

또, 원의 총 개수는

$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 이므로 원의 총 넓이는

$S_n=\frac{n(n+1)}{2}\cdot(\pi r_n^2)=\frac{n(n+1)\pi}{2((n-1)+\sqrt{3})^2}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\pi}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{1\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\left(1+\frac{-1+\sqrt{3}}{n}\right)^2}=\frac{\pi}{2}$

17. [출제의도] 상용로그를 활용하여 실생활에서의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

올해 연봉을 a(원)이라 하면, n년 후의 실질연봉은

$\frac{a(1+0.1)^n}{(1+0.05)^n} \quad \therefore\frac{a(1+0.1)^n}{(1+0.05)^n}\ge 2a$

양변에 상용로그를 취하여 정리하면

$n\log 1.1-n\log 1.05\ge\log 2$

$n(0.0414-0.0212)\ge 0.3010$

$n\ge\frac{0.3010}{0.0202}=14.9\times\times\times$

따라서 15년 후에 처음으로 2배 이상이 된다.

18. [출제의도] 벡터의 내적을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\vec{a}\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=(1,-2)\cdot(5,-6)=5+12=17$

19. [출제의도] 무한수열의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\lim_{n\to\infty}a_{n-1}=x$라 하면

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n-1}+20}{a_{n+1}-14}=2$ 에서 $\frac{x+20}{x-14}=2 \qquad \therefore x=48$

20. [출제의도] 조건부 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P가 원점으로 다시 돌아오는 경우는 (짝, 짝, 홀, 홀)이 배열되는 경우: $\frac{4!}{2!2!}=6$(가지),

이 때, 점 A(1)을 들러 왔을 경우는

$(\ ,\times,\times,\times)$: $\frac{3!}{2!}=3$(가지), (홀, 짝, 짝, 홀) : 1(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{3+1}{6}=\frac{2}{3}$ 이고 $a^2+b^2=13$

21. [ ] 실생활과 연결된 무리방정식의 해를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

PA $\overline{AC}+\overline{CQ}=160$ $\frac{x}{10}=t$ 라 하면

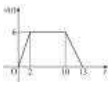
$6+t+(7-t)+6^2=16$ $t=\frac{5}{2}$

따라서 x 의 값은 25 이다.

22. [출제의도] 속도와 가속도를 실생활의 문제해결에 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

엘리베이터의 속도를 $v(t)$ 라 하면

$v(t)=\begin{cases}3t & (0\le t\le 2)\\ 6 & (2\le t\le 10)\\ -2t+26 & (10\le t\le 13)\end{cases}$



따라서 엘리베이터가 움직인 거리를 라 하면

$S=\int_0^2 3t\,dt+\int_2^{10}6\,dt+\int_{10}^{13}(-2t+26)\,dt=63$

23. [출제의도] 타원의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점F 는 타원의 초점이므로 $c^2=a^2-16$

점 A(c,k) 라 하면

$k^2=16\left(\frac{a^2-c^2}{a^2}\right)$ $\therefore k=4$ $\frac{a^2-c^2}{a}=\frac{16}{a}$

따라서 ADBC 의 넓이를 S 라 하면

$S=\frac{1}{2}\overline{CD}\cdot\overline{AB}=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2k=2ak=2a\cdot\frac{16}{a}=32$

24. [출제의도] 함수의 연속성과 미분가능성을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

함수 $g(x)$ 는 연속이고 미분가능하므로

$f(a)=m-f(a)$, $m-f(b)=n+f(b)$ ……㉠

$g'(x)=\begin{cases}f'(x) & (x<a)\\ -f'(x) & (a\le x<b)\\ f'(x) & (x\ge b)\end{cases}$

$f'(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$

따라서 극대값은 $f(-3)=27$, 극소값은 $f(1)=-5$

㉠에서 $m=2f(-3)=54$,

$n=m-2f(1)=54+10=64$ 이므로

$a=-3$, $b=1$, $m=54$, $n=64$

$\therefore m+n=118$

25. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 문제해결을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$p=92-28\log_2 t$ 에 $t=10$ 을 대입하면

$p=92-28\log_5 10=92-28\times\frac{1}{\log 5}$

$=92-28\times\frac{1}{1-\log 2}=92-28\times\frac{1}{1-0.3}=52(\%)$

따라서 구하는 학생 수는 $1000\times 0.52=520$ (명)이다.

[미분과 적분]

26. [출제의도] 치환적분을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x^2=t$로 치환하면 $2x\,dx=dt$

$x=0$ 일 때 $t=0$, $x=1$ 일 때 $t=1$

$\therefore\int_0^1 2xe^{x^2}\,dx=\int_0^1 e^t\,dt=\left[e^t\right]_0^1=e-1$

27. [출제의도] 삼각함수의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$1+2\sin\theta\cos\theta=5(1-2\sin\theta\cos\theta)$

$1+\sin 2\theta=5(1-\sin 2\theta)$ $\therefore\sin 2\theta=\frac{2}{3}$

28. [출제의도] 적분기호를 사용한 함수의 성질을 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ.주어진 식에 $x=0$ 을 대입하면

$f(0)=e^0-1+\int_0^0 f(t)dt=1-1+0=0$ $\therefore$ 참

ㄴ. 주어진 식을 x 에 대하여 미분하면

$f'(x)=e^x+f(x)$, $f'(0)=e^0+f(0)=1$ $\therefore$ 거짓

ㄷ. ㄴ에서 $f'(x)-f(x)=e^x>0$ 이므로

$f'(x)>f(x)$ $\therefore$ 참

29. [출제의도] 초월함수의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

△PAB 의 넓이 $S=\frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\ln t=\frac{1}{2}(e-1)\ln t$ 이므로

$\lim_{t\to 1+0}\frac{S}{t-1}=\lim_{t\to 1+0}\frac{(e-1)\ln t}{2(t-1)}=\frac{e-1}{2}\lim_{t\to 1+0}\frac{\ln t}{t-1}$

$=\frac{e-1}{2}\times 1\ (\because\lim_{\to 1}\frac{\ln t}{t-1}=1)$

$\therefore\lim_{t\to 1+0}\frac{S}{t-1}=\frac{e-1}{2}$

30. [출제의도] 매개변수가 있는 함수의 미분을 문제해결에 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점프대를 출발한지 t 초 후의 탄력줄의 길이를 $l(\ge 20)$, 반지름의 길이를 r 라 하면 탄력줄의 부피 V는 $V=\pi r^2 l$(일정)이고 l과 r는 모두 t의 함수이다.

이 식을 시각 t 에 대하여 미분하면

$\frac{dV}{dt}=\pi\left(r^2\frac{dl}{dt}+2rl\frac{dr}{dt}\right)=0$,

$r^2\frac{dl}{dt}+2rl\frac{dr}{dt}=0$

A 지점을 지나는 순간 $l=25(\mathrm{m})$, $r=\frac{3}{100}(\mathrm{m})$,

$\frac{dl}{dt}=10(\mathrm{m/초})$ 이므로

$\left(\frac{3}{100}\right)^2\times 10+2\times\frac{3}{100}\times 25\frac{dr}{dt}=0$ 에서

$\frac{dr}{dt}=-\frac{3}{500}$ (m/초)

$\therefore a+b=500+3=503$

[확률과 통계]

26. [출제의도] 줄기와 잎 그림을 보고 자료를 이해 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 자료에서 평균은$\frac{649}{11}=59$,

중앙값과 최빈값은 각각 61, 56 이다.

$\therefore a+b+c=176$

27. [출제의도] 모평균을 추정할 수 있는가를 묻는 문제이다.

크기가 100 인 표본의 평균이 274, 표준편차가 45 이므로 표본평균의 분포는 정규분포 $N\left(m,\left(\frac{45}{100}\right)^2\right)$ 을 따른다. 따라서, 모집단의 평균m 을 신뢰도 95% 로 추정하면 $274-2\frac{45}{\sqrt{100}}\le m\le 274+2\frac{45}{\sqrt{100}}$

$265\le m\le 283$ $\therefore b=283$

28. [출제의도] 이항정리의 성질을 응용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(1+x)^n$ 의 전개식에서 x^r 의 계수는 ${}_nC_r$ 이므로

$(1+x)^n(1+x)^n$ 에서 x^n 의 계수는

${}_nC_0\,{}_nC_n+{}_nC_1\,{}_nC_{n-1}+{}_nC_2\,{}_nC_{n-2}+\cdots+{}_nC_n\,{}_nC_0$

$={}_nC_0\,{}_nC_0+{}_nC_1\,{}_nC_1+{}_nC_2\,{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n\,{}_nC_n$

$=({}_nC_0)^2+({}_nC_1)^2+({}_nC_2)^2+\cdots+({}_nC_n)^2$

$(1+x)^{2n}$ 의 전개식에서 x^n 의 계수는 ${}_{2n}C_n$

$\therefore ({}_nC_0)^2+({}_nC_1)^2+({}_nC_2)^2+\cdots+({}_nC_n)^2={}_{2n}C_n$

$\therefore ({}_{12}C_0)^2+({}_{12}C_1)^2+({}_{12}C_2)^2+\cdots+({}_{12}C_n)^2={}_{24}C_{12}$

29. [출제의도] 정규분포를 실생활의 문제해결에 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

전반기의 자동차 판매 대수를 X, 후반기의 자동차 판매 대수를 Y 라 하면, X는 정규분포 $N(32,8^2)$, Y 는 정규분포 $N(38,10^2)$ 을 따른다.

$P(X\ge 44)=P(Y\ge k)$

$P(X\ge 44)=P\left(Z\ge\frac{44-32}{8}\right)=P(Z\ge 1.5)$,

$P(Y\ge k)=P\left(Z\ge\frac{k-38}{10}\right)=P(Z\ge 1.5)$

$\therefore\frac{k-38}{10}=1.5$ $\therefore k=53$

30. [출제의도] 경우의 수를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

탁자B의 3 명이 앉아있던 자리의 집합을 T라 하자.

이 때, 탁자B에 앉아있던 3 명 중

ⅰ)한 명만이 집합T 내에서 옮겨 앉는 경우의 수

${}_3C_1\times 2\times(2!\times 2!)=24$

ⅱ)두 명만이 집합T 내에서 옮겨 앉는 경우의 수

${}_3C_2\times 3\times(3!-2!)=36$

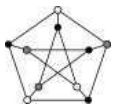
ⅲ)세 명이 모두 집합T 내에서 옮겨 앉는 경우의 수

$2\times 2!=4$

따라서 ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의하여 64 가지

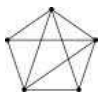
[이산수학]

26. [출제의도] 실생활의 문제를 그래프를 이용하여 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림과 같이 주어진 그래프를 적절하게 색칠하는 데 필요한 최소의 색의 수는 3 가지이다.

27. [출제의도] 인접행렬을 그래프로 나타낼 수 있는가를 묻는 문제이다.



주어진 인접행렬을 그래프로 나타내면 다음 그림과 같다.

ㄱ. 그림과 같이 변이 꼭지점에서만 만나게 평면 위에 다시 그릴 수 있으므로 평면그래프이다. $\therefore$ 참

ㄴ. 차수가 홀수인 꼭지점이 있으므로 오일러회로가 존재하지 않는다. $\therefore$ 거짓

ㄷ. 그림과 같은 해밀턴회로가 존재한다. $\therefore$ 참



28. [출제의도] 귀납적으로 주어진 수열의 합을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

${f_1}^2=1^2=1=1\times 2-1=f_1f_2-1$,

${f_1}^2+{f_2}^2=1^2+2^2=5=2\times 3-1=f_2f_3-1$,

${f_1}^2+{f_2}^2+{f_3}^2=1^2+2^2+3^2=f_3f_4-1$ …

이므로 ${f_1}^2+{f_2}^2+\cdots+{f_9}^2=f_9f_{10}-1$

$\therefore\sum_{n=1}^{9}{f_n}^2=f_9f_{10}-1=55\times 89-1=4894$

29. [출제의도] 투표에 미치는 영향력을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

제안된 안건이 통과된 경우에 A, B, C 가 각각 찬성에서 반대로 바꾸어 투표한다면, 통과된 안건이 부결로 바뀌는 경우의 수를 구하면 A 는 3 (가지), B는 1 (가지), C 는 1 (가지)이다.

따라서 A 가 투표에 미치는 영향력은 $\frac{3}{5}$ 이다.

30. [출제의도] 중복을 허락한 조합의 수를 구 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

10 개에서 3 개를 중복해서 택하는 조합의 수와 같으므로 구하는 모든 경우의 수는 ${}_{10+3-1}C_3={}_{12}C_3=220$

수리'나'형 정답

1	②	*2*	⑤	*3*	⑤	*4*	①	*5*	④
6	②	*7*	④	*8*	②	*9*	③	*10*	⑤
11	③	*12*	④	*13*	③	*14*	①	*15*	④
16	⑤	*17*	③	*18*	130	*19*	48	*20*	13
21	364	*22*	307	*23*	35	*24*	108	*25*	520
26	②	*27*	③	*28*	①	*29*	①	*30*	33

해 설

1. ' '형과 동일

2. '가'형과 동일

3. '가'형과 동일

4. [출제의도] 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$|\ -b\ |=2$ 경우는 (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)
(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)의 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ 이다.

5. '가'형과 동일

6. [출제의도] 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$=\frac{3^n-1}{2}$, $S_n+p=\frac{3^n-1}{2}+p=\frac{3}{2}\cdot 3^{-1}+\frac{2p-1}{2}$

그런데 S_n+p가 등비수열이므로 $\frac{2p-1}{2}=0$

$\therefore\ p=\frac{1}{2}$

7. [출제의도] 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

1 행의 탁자에 보자기를 덮는 방법은 3!
이 때 2 행의 탁자를 덮는 방법의 수는 1 행에 있는 색을 제외해야 하므로 방법의 수는 2 가지뿐이다.
같은 방법으로 3 행의 탁자를 덮는 방법의 수는 1 행과 2 행의 색을 제외해야 하므로 1 가지뿐이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $3!\times 2\times 1=12$ 가지이다.

8. [출제의도] 확률의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A)}=1$ ∴참

ㄴ. A, B 가 배반이면 $A\cap B=\phi$ 이므로

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\mathrm{P}(\phi)}{\mathrm{P}(A)}=0$ ∴참

ㄷ. A, B 가 독립이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)$
$\mathrm{P}(A)=0$, $\mathrm{P}(B)\neq 0$ 이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq 0$ 이지만
A, B 가 배반이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$ 이다. ∴ 거짓

9. [출제의도] 행렬의 거듭제곱을 이용하여 극한값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&-2\end{pmatrix}$ 에서 $A^2=\begin{pmatrix}2&1\\-1&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\-1&-2\end{pmatrix}=3E$

$\therefore\ A^4=3^2E$, $A^6=3^3E$, ..., $A^{2n}=3^nE$

$\therefore\ \sum_{k=1}^{n}A^{2k}=3E+3^2E+3^3E+\cdots+3^nE=\frac{3(3^n-1)}{2}E$

$\therefore\ a_n=\frac{3(3^n-1)}{2}$, $a_{n+1}=\frac{3(3^{n+1}-1)}{2}$

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{2^n+a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+2}-3}{2^{n+1}+3^{n+1}-3}=3$

10. [출제의도] 모평균의 신뢰구간 추정을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

표본평균으로부터 모평균을 추정할 때, 신뢰도 α에 해당하는 z 값을 k라 하면

$A:\ 240-k\frac{12}{\sqrt{n_1}}\leqq m\leqq 240+k\frac{12}{\sqrt{n_1}}$

$B:\ 230-k\frac{10}{\sqrt{n_2}}\leqq m\leqq 230+k\frac{10}{\sqrt{n_2}}$

ㄱ. 표준편차가 작은 표본B의 분포가 더 고르다.
∴참

ㄴ. $k\frac{12}{\sqrt{n_1}}=3$, $k\frac{10}{\sqrt{n_2}}=2$ 이므로

$\sqrt{n_1}=4k$, $\sqrt{n_2}=5k$ $\therefore\ n_1=16k^2$, $n_2=25k^2$

$\therefore\ n_1<n_2$ ∴참

ㄷ. 신뢰도를 α보다 크게 하면 k도 더 커지므로

$k\frac{12}{\sqrt{n_1}}$, $k\frac{10}{\sqrt{n_2}}$ 의 값이 더 커진다.

따라서 신뢰구간의 길이도 커진다. ∴ 참

11. '가'형과 동일

12. '가'형과 동일

13. [출제의도] 로그함수를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{A}(k,\log_2 k)$, $\mathrm{B}(k,\log_4 k)$, $\mathrm{C}(k,\log_8 k)$

$\mathrm{AB}=\log_2 k-\log_4 k=\log_2 k-\frac{1}{2}\log_2 k=\frac{1}{2}\log_2 k$

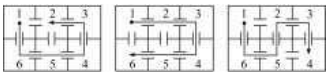
$\mathrm{BC}=\log_4 k-\log_8 k=\frac{1}{2}\log_2 k-\frac{1}{3}\log_2 k=\frac{1}{6}\log_2 k$

$\therefore\ \frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{\frac{1}{2}\log_2 k}{\frac{1}{6}\log_2 k}=3$

14. '가'형과 동일

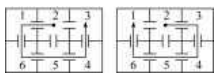
15. [출제의도] 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(i) 1 번 방에서 출발하는 경우: 3 가지



3 번, 4 번, 6 번 방에서 출발하는 경우도 같으므로
$3\times 4=12$(가지)

(ii) 2 번 방에서 출발하는 경우: 2 가지



5 번 방에서 출발하는 경우도 같으므로
$2\times 2=4$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 16 (가지)이다.

16. '가'형과 동일

17. '가'형과 동일

18. [출제의도] Σ의 공식을 이용하여 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(준식) $=\sum_{k=1}^{10}(2k+2)=2\times\frac{10\times 11}{2}+2\times 10=130$

19. '가'형과 동일

20. '가'형과 동일

21. [출제의도] 행렬의 거듭제곱의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A=\begin{pmatrix}3&1\\0&1\end{pmatrix}$, $A^2=\begin{pmatrix}3&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&1\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3^2&1+3\\0&1\end{pmatrix}$,

$A^3=AA^2=\begin{pmatrix}3^3&1+3+3^2\\0&1\end{pmatrix}$, ⋯ ,

$A^6=\begin{pmatrix}3^6&1+3+\cdots+3^5\\0&1\end{pmatrix}$

$\therefore\ a_6=1+3+\cdots+3^5=364$

22. [출제의도] 주어진 규칙에 따라 수열의 항을 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

백의 자리수가 1 인 자연수(1 △)가 $9\cdot 8=72$ 개,
백의 자리수가 2 인 자연수(2□△)가 $9\cdot 8=72$ 개다.
모두 144 개 이므로 150 번째 수는 백의 자리수가 3 이고, 작은 수부터 6 번째 수인 307 이다.

23. [출제의도] 행렬의 성질을 이용하여 문제해결을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\begin{cases}2x+4y=60\\6x+3y=90\end{cases}$, $\begin{pmatrix}2&4\\6&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}60\\90\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\6&3\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}60\\90\end{pmatrix}=-\frac{1}{18}\begin{pmatrix}3&-4\\-6&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}60\\90\end{pmatrix}$

$\therefore\ A=-\frac{1}{18}\begin{pmatrix}3&-4\\-6&2\end{pmatrix}$

또한, $p=150x+120y$ 이므로 $p\ )=(150\ \ 120)\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

$\therefore\ B=(150\ \ 120)$

따라서 $BA=-\frac{1}{18}(150\ \ 120)\begin{pmatrix}3&-4\\-6&2\end{pmatrix}=(15\quad 20\ )$

$a=15$, $b=20$ 이므로 $a+b=35$

24. [출제의도] 로그함수의 그래프를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(2,1)$, $\mathrm{Q}\ 3,\log_4\frac{1}{3}\Big)$, $\triangle\mathrm{PAB}=\frac{1}{2}$ 이므로

$\triangle\mathrm{QCB}=\frac{1}{2}\log k-3)\times-\log_4\frac{1}{3}\Big)=\frac{1}{2}$

$\log_3 k=3+\log_8 4=\log_3 108$ $\therefore\ k=108$

25. '가'형과 동일

26. [출제의도] 간단한 지수함수의 값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(k)=3f(2)$, $2^k=3\times 2^2$,
$k=\log_2(3\cdot 2^2)=2+\log_2 3$

27. [출제의도] 부분분수의 합을 이용하여 무한급수의 합을 계산할 수 있는 가를 묻는 문제이다.

$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+2)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\Big(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}\Big)$

$=\frac{1}{2}\Big(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\Big)$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{n(n+2)}=8\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+2)}$

$=8\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\Big(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\Big)=6$

28. [출제의도] 역행렬의 정의를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(A+2E)(A+E)=E$, $A^2+3A+2E=E$
$A(A+3E)=-E$, $A(-A-3E)=E$
$\therefore\ A^{-1}=-A-3E$

29. [출제의도] 상용로그의 지표의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

x, y 가 자연수이고 m, n 이 지표이므로
m, n 은 $m\geqq 0$, $n\geqq 0$인 정수이다.
$m^2+n^2=4$ 인 경우는 다음 두 가지의 경우가 있다.
(i) $m=2$, $n=0$ 일 때,
$2\leqq\log x<3$이므로 $100\leqq x<1000$
$0\leqq\log y<1$이므로 $1\leqq y<10$
(x,y) 의 개수는 $900\times 9=8100$
(ii) $m=0$, $n=2$ 일 때,
(i)의 경우와 순서만 바뀌므로
(x,y) 의 개수는 8100

따라서, 순서쌍 (x,y) 의 개수는$8100+8100=16200$

30. [출제의도] 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

5 명이 5 개의 좌석에 앉는 경우의 수는 $5!=120$
(i) 자동차 B에 탔던 2 명끼리 자리를 바꾸어 앉고 나머지 3 개의 좌석에 자동차 A 에서 온 3 명이 자리에 앉는 경우의 수 $3!=6$ (가지)
(ii) 자동차 B에 탔던 2 명이 자신들이 앉지 않았던 3 개의 좌석에 앉는 경우의 수 ${}_3\mathrm{P}_2$, 그 각각의 경우에 대하여 자동차 A 에서 온 사람이 앉는 경우의 수는 $3!=6$(가지)이므로, ${}_3\mathrm{P}_2\times 3!=36$
(iii) 자동차 B에 탔던 2 명 중 1 명은 다른 1 명 자리로 가고 나머지 1 명은 비었던 3 자리에 앉는 경우의 수 $(4!-3!)\times 2=36$
(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는
$6+36+36=78$ 이므로 구하는 확률 P 는

$\mathrm{P}=\frac{78}{120}=\frac{13}{20}$ $\therefore p+q=33$