제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{2}\times 4^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x)=x^3+3x+2$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1a_2=\frac{1}{2},\quad a_2a_3=2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x & (x<a) \\ x-4 & (x\geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x)=(x+1)(x^2+3x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

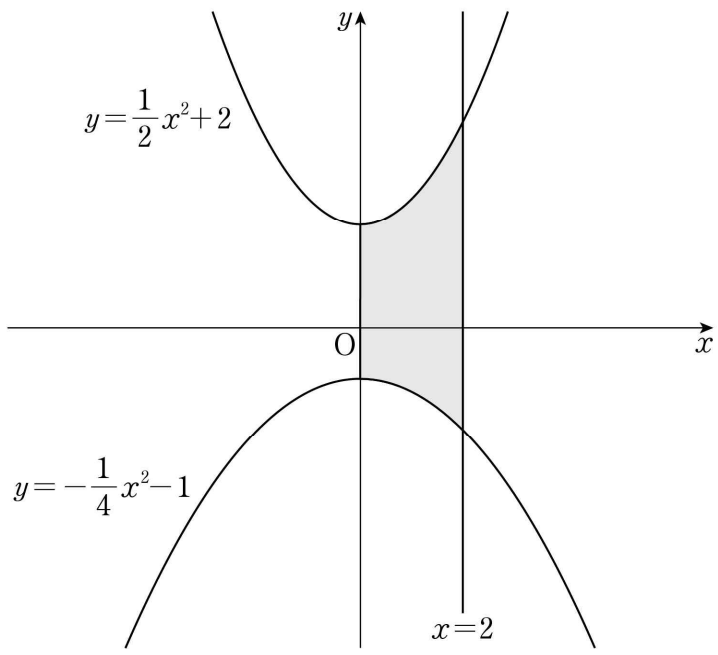
① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

6. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\tan^2\theta=2$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 두 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2+2$, $y=-\frac{1}{4}x^2-1$ 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9



8. 두 양수 $a\,(a \neq 1)$, b가

$$\log_a b = 2, \quad \log_2 a + \log_4 b = 8$$

을 만족시킬 때, $\dfrac{b}{a}$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

9. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)(x-3)}{(x-a)^2} = 5$를 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 첫째항이 18인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_2 + a_9 = 0$일 때, $|S_k| = 48$을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 a에 대하여 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t^2-(a+5)t+8$$

이다. 시각 $t=4$에서 점 P의 운동 방향이 바뀔 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. a의 값은 1이다.
ㄴ. 시각 $t=3$일 때 점 P의 위치는 6이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는 10이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 두 상수 $a\,(a>1)$, $k\,(k>0)$에 대하여 곡선 $y=a^x$이 두 직선 $x=k$, $x=k+2$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-2}$이 두 직선 $x=k$, $x=k+2$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AC}+\overline{BD}=6$일 때, $a\times k$의 값은? [4점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

13. 다항함수 $f(x)$가 $f'(0)=1$이고 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=(f'(x)+2)(f'(x)-2)$$

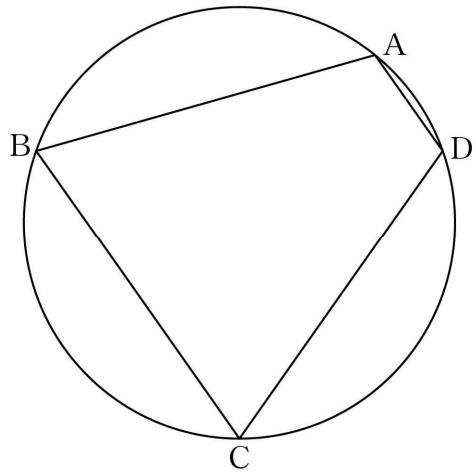
를 만족시킬 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 3인 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB}=3\overline{AD},\quad \overline{CB}=\overline{CD},\quad \cos(\angle DCB)=\frac{1}{3}$$

이다.



다음은 사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$\overline{BD}=$ (가)

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AD}=$ (나), $\overline{AB}=3\times$ (나)

이다. 삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{CB}=\overline{CD}=$ (다)

이다. 따라서 사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=4\times$ (나) $+2\times$ (다)

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $\frac{q\times r}{p}$의 값은? [4점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

15. 사차함수 $f(x)=x^4-10x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(4)-f(1)=f'(1)\times(x-1)-f'(4)\times(x-4)$이다.

(나) 실수 t에 대하여 직선 $y=k(x-t)+f(t)$가 곡선 $y=f(x)$에 접하도록 하는 실수 k 중에서 $|k|$의 최솟값을 $g(t)$라 하면 $g(0)=0$이다.

$f\left(\frac{7}{2}\right)<0$일 때, $f(5)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

단 답 형

16. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7}(a_k+1)=30$일 때, $\sum_{k=1}^{7}3a_k$의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)=3x^2+4x-1$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(0)=1$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=4\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+a$의 최솟값이 1이다.

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

19. 삼차함수 $f(x)=2ax^3-3ax^2+6$이 닫힌구간 $[0, 2]$에서 최댓값 8, 최솟값 -2를 가질 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

20. 상수 $a\,(a>1)$에 대하여

두 함수 $f(x)=\sqrt{3}a^x$, $g(x)=\log_a\frac{x}{\sqrt{3}}$가 있다.

직선 $y=-x-\frac{2}{3}$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 A라 하고,

직선 $y=-x+\frac{2}{3}$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 B, C라 하자.

점 $\mathrm{D}\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$에 대하여 삼각형 CBA와 삼각형 BAD가 서로 닮음일 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=2$에서 극솟값 $\frac{5}{2}$를 갖는다. $t \geq 2$인 모든 실수 t에 대하여

$$\int_0^t \left|f'(x)\right| dx = f(t)+f(0)$$

일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{1}{2}(a_n+1)+n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ a_n+n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3=a_6$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+5x^2)}{2x^2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

① $\ln 2 + \frac{1}{2}$ ② $\ln 2 + 1$ ③ $2\ln 2 + \frac{1}{2}$

④ $2\ln 2 + 1$ ⑤ $2\ln 2 + \frac{3}{2}$

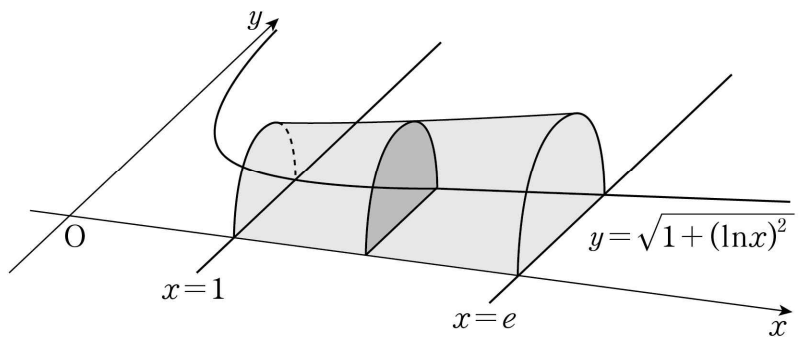
25. 상수 $k\,(k>0)$과 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\left(k\times a_n-n^2\right)^2<n^2$$

을 만족시킨다. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{4n^2+1}=k$일 때, k의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{1+(\ln x)^2}$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=e$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\dfrac{(e-1)\pi}{8}$ ② $\dfrac{(4e-7)\pi}{16}$ ③ $\dfrac{(2e-3)\pi}{8}$
④ $\dfrac{(4e-5)\pi}{16}$ ⑤ $\dfrac{(e-1)\pi}{4}$

27. 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} e^{2x}-2 & (x<b) \\ 2e^{x}-8e^{-x}+a & (x\geq b) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(8)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{40}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{3}{40}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

28. 열린구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=x\tan x-\ln(\sec x)$$

가 있다. $0<t<1$인 실수 t에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(s, f(s))$에서의 접선 l의 기울기가 $\frac{s}{t}$가 되도록 하는 직선 l의 y절편을 $g(t)$라 하자. $g'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi^2+2\pi}{8}$ ② $\frac{\pi^2+\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi^2+2\pi}{4}$
④ $\frac{\pi^2+\pi}{2}$ ⑤ $\frac{\pi^2+2\pi}{2}$

단 답 형

29. 어떤 자연수 k에 대하여
첫째항과 공차가 모두 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과
첫째항이 72이고 공비가 $r\,(r \neq 0)$인 등비수열 $\{b_n\}$이
다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_k = b_3$, $a_{k+27} = b_4$

(나) $\displaystyle\sum_{n=k}^{\infty} b_n = a_{k+15}$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{k^n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 상수 $a\,(a>0)$, b에 대하여
두 함수 $f(x) = -\sin(ax) + b + 1$, $g(x) = (x-b)^2$이

$$\int_0^{2\pi} \left| g'(f(x))f'(x) \right| dx = \frac{5}{4},$$

$$\int_b^{b+1} f(g(x))g'(x)\,dx = \frac{\cos a}{a}$$

를 만족시킨다. $f(2\pi) = \dfrac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.